

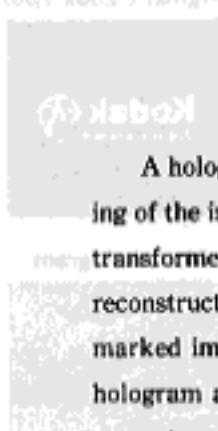
## デジタルホログラフィを用いる電子透かし法

高井信勝<sup>\*</sup>・三船雄都<sup>\*</sup>・成田貴文<sup>\*\*</sup>

**Digital Watermarking by a Holographic Technique** ホログラムによる  
デジタルウォーターマーク技術

## Digital Watermarking by a Holographic Technique

Nobukatsu TAKAI\*, Yuto MIFUNE\* and Takahumi NARITA\*\*



## (S) Abstract

A holographic technique is applied for digital watermarking. A binary image consisting of the information to be hidden is phase-modulated in a random fashion, and its Fourier transformed hologram is superposed on a content image. The hidden information is reconstructed by means of holographic reconstruction technique from the bit-map watermarked image. In the study, the construction and reconstruction processes of a digital hologram are described on a basis of the theory of Fourier Optics. The validity of the present method is investigated by changing the weight of the hologram and the size of the watermarked image.

### 1. はじめに

最近、インターネットなどで配信される音楽や画像データのデジタルコンテンツのセキュリティに関する保護技術として暗号技術<sup>1)-4)</sup> や認証技術が重要な技術要素として関心を集めている。電子透かし技術<sup>5)-8)</sup> も、その一つの要素技術として、特に不正コピーを防止し、著作権保護に役立てる目的で利用価値が高まっている。電子透かし技術とは、画像で言うと、「透かし情報」を人が検知できない程度にデジタル画像に埋め込む技術であって、必要に応じて透かし情報を

北海学園大学工学部電子情報工学科  
Department of Electronics and Information Science, Faculty of Engineering, Hokkai-Gakuen University

（株）ハッブル情報開発  
Hubble Information Development Co., Ltd. 〒634-8533 大阪府守口市守口町一丁目1番地  
TEL 06-6942-5555 FAX 06-6942-5556 E-mail: hibiki@hibiki.com

読みとり、その身元証明として利用する技術である。この技術を用いると、たとえば、所有者（作成者）Aの画像データをBに使用許可を与えたことを透かし情報として埋め込むことによって、他のものの不正コピーによる使用が看破できる。このようにして、不正コピーの原本の所有者を識別できる。

本研究では、デジタル画像データにホログラフィ<sup>30)-31)</sup>の技術を用い、コンテンツ画像に透かし情報を埋め込む電子透かし法について報告する。本来、ホログラフィは光波の干渉技術を用いて対象物体からの光波の振幅と位相の情報を干渉縞の形で記録し、その後、物体像を完全に再生する光学技術である。物体が拡散物体であるときには、物体からなる光波の波面は複雑なランダム波面であって、記録媒体であるホログラムにはランダムな干渉縞が高密度に記録される。つまり、ホログラムには、物体形状がそのまま記録されているわけではなく、ランダムで一様に分布する干渉縞に物体の情報が完全な形で記録されている。

ここでは、この拡散物体のホログラムの概念を、電子透かし技術というコンピュータ上でのデジタル画像処理に応用する。この背景には、最近のコンピュータ処理能力の目覚ましい向上により、光波の干涉に相当するデジタル画像処理が実行できようになっている現状がある。しかし、コンピュータ画像処理で取り扱うことができる画像データサイズは、高々1000×1000程度の有限値であり、通常のホログラムに記録される干渉縞と比べてその分解能はきわめて低いという問題を常に抱えている。

なお、画像に関する電子透かし技術は、配信されるデジタル画像が対象となるので、以下では、画素値が非負の8ビットのピットマップ画像をデータとして用いた。ただし、透かし情報の再生段階における計算処理では、画素値を64ビットデータとして扱った。また、画像の表示においては、画素値の最大値を最大輝度（白）、最小値をゼロ（黒）にスケーリングした結果を表示した。

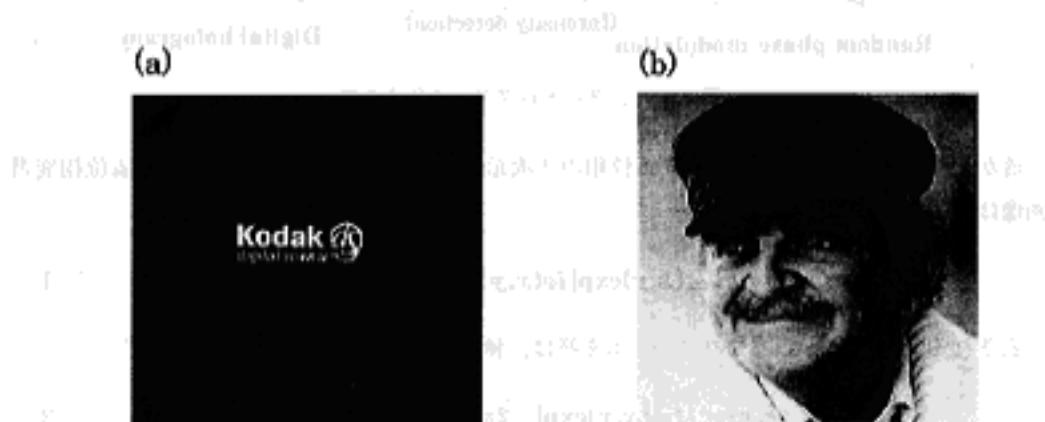


図1 (a) 透かし画像と (b) コンテンツ画像。画像サイズ512×512。

なお、本研究におけるすべての画像処理演算と画像の表示には、汎用数値計算言語 MATLAB を使用した。透かし情報の挿入と読み出しが簡単な MATLAB の特徴を活用して、各段階で手作業による操作を減らすことを試みた。

## 2. デジタルホログラム

図 1(a) に本研究で用いた透かし情報である Kodak のマーク画像と、同図(b) にはそれが埋め込まれるコンテンツ画像(人の顔の画像)を示す。これらの画像サイズはともに  $512 \times 512$  である。上述したように、透かし画像は拡散型フーリエ変換ホログラムとしてコンテンツ画像に埋め込むのです。その手法を説明する。

### 2.1 デジタルホログラムの作成法

計算機によるデジタルホログラムの作成手順の概略を図 2 に示す。図に示すように、透かし画像をランダム位相(画像)によって変調したのちフーリエ変換し、その結果に参照波信号を加えて強度検出してホログラムが得られる。ここでは、さらに、像再生に無関係な項を除去したものをデジタルホログラムと呼ぶ。ランダム位相変調は、ホログラム画像全面に透かし情報を拡散する目的で用いられている。このプロセスを数式で示すと次のようになる。

図 2 は、透かし画像とコンテンツ画像を合成する手順を示す。左側の手順は、右側の手順と並行して実行される。

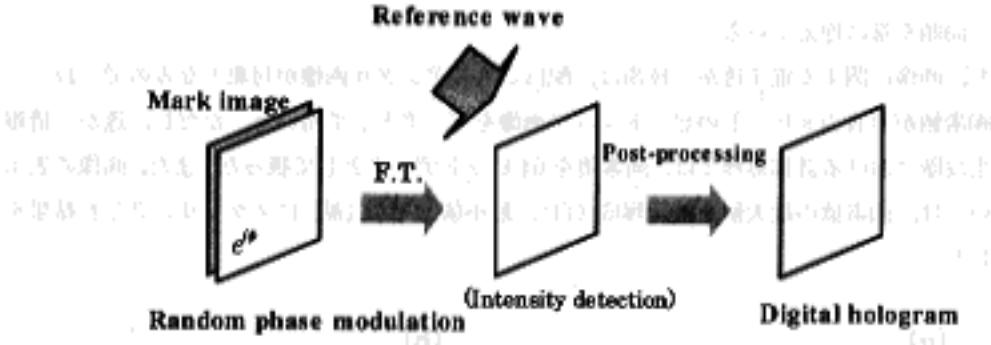


図 2 デジタルホログラムの作成手順

透かし画像を  $g_{mark}(x, y)$ 、ランダム位相の 2 次元配列を  $\phi(x, y)$  とすると、ランダム位相変調画像は

$$g_i(x, y) = g_{mark}(x, y) \exp[i\phi(x, y)] \quad (1)$$

と表される。したがって、このフーリエ変換は、積分領域を  $[-\infty, \infty]$  を省略して

$$G_{mark}(\xi, \eta) = \iint g_i(x, y) \exp[-2\pi i(\xi x + \eta y)] dx dy \quad (2)$$

とかける。これに参照波信号  $R(\xi, \eta)$  を乗じて、式(1)を代入して、上式

$$R(\xi, \eta) = R_0 \exp[2\pi i(a\xi + b\eta)] \quad (3)$$

を重ねて強度パターンを求める。

$$\begin{aligned} H(\xi, \eta) &= |G_{\text{ref}}(\xi, \eta) + R(\xi, \eta)|^2 \\ &= |G_{\text{ref}}(\xi, \eta)|^2 + |R(\xi, \eta)|^2 + G^*_{\text{ref}}(\xi, \eta)R(\xi, \eta) + G_{\text{ref}}(\xi, \eta)R^*(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (4)$$

であり、これが通常のホログラムの表式である。なお、式(3)の  $a$  および  $b$  は、参照波の波面の傾きを与えるパラメータである。また、\* は複素共役を表す。式(4)の右辺から第1項と第2項を差し引くと

$$H(\xi, \eta) = G^*_{\text{ref}}(\xi, \eta)R(\xi, \eta) + G_{\text{ref}}(\xi, \eta)R^*(\xi, \eta) \quad (5)$$

を得る。これは最終的にホログラムから再生される実像と虚像を与える項からなっている。これがデジタルホログラムの表式である。

図3は、式(5)によって得られたデジタルホログラムの一例で、ランダム位相変調を用いたことによって全体に一様な輝度からなる拡散型のホログラムになっている。



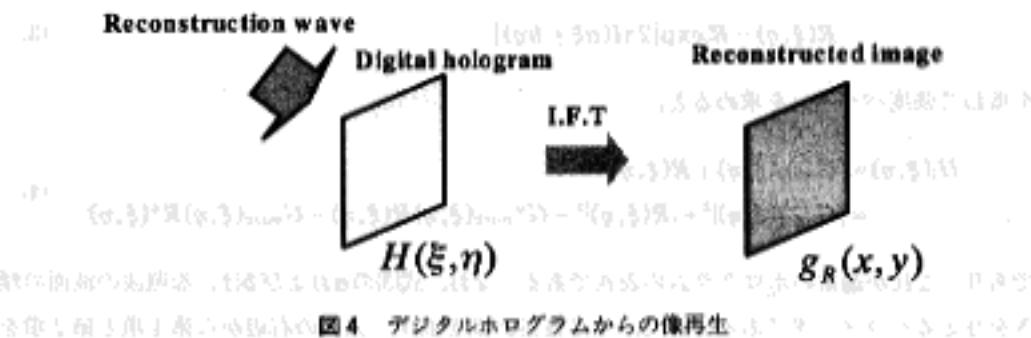
図3 透かし画像(図1-a)の拡散型 Fourier 変換ホログラム

## 2.2 デジタルホログラムからの再生像

デジタルホログラムからの像再生は、図4に示すように式(5)に再生波信号を乗じて逆Fourier変換することで得られる。このとき、再生波信号は一般には、

$$S(\xi, \eta) = |S(\xi, \eta)| \exp[i\phi_s(\xi, \eta)] \quad (6)$$

で与えられるが、簡単のために  $|S(\xi, \eta)| = 1$ ,  $\phi_s(\xi, \eta) = 0$  とすると、単に式(5)の逆Fourier変換として得られる。つまり、再生像  $g_R(x, y)$  は



$$g_R(x, y) = \iint H(\xi, \eta) \exp[2\pi i(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta \quad (7)$$

で与えられる。これに、式(2), (3)を用いると、(7)式の右辺を整理すると、(8)式が得られる。

$$g_R(x, y) = g_R^*(x - a, y - b) + g_R[-(x + a), -(y + b)] \quad (8)$$

図5 ホログラムの再生像(一例)。  
画像サイズは512×512。



特に、図1 a の Kodak のマークのように、透かし情報が 1, 0 からなる 2 値画像であるときには、式(8)で与えられる再生像の強度分布は

$$\begin{aligned} |g_R(x, y)|^2 &= |g_R^*(x - a, y - b)|^2 + |g_R[-(x + a), -(y + b)]|^2 \\ &= |g_{real}(x - a, y - b)|^2 + |g_{real}[-(x + a), -(y + b)]|^2 \end{aligned} \quad (9)$$

となる。図5は、この結果を示すもので、これにみられるように、ホログラムの再生像に関して以下のことが知られる。

- (1) マークパターン(透かし情報)がランダム位相調に無関係に得られる。
- (2) 実像と虚像に相当する 2 つの再生像が原点対称に現れる。

(3) 再生像の現れる位置は、パラメータ  $a, b$  で決まる  $(a, b)$  および  $(-a, -b)$  であって、これらを選んで再生位置を決めることができる。

### 2.3 部分ホログラムからの再生像

一般に、図 3 のような拡散型のホログラムには、情報は全面に分布する干渉線として記録されているのでその一部を用いても像が再生されることが知られている。図 6 は図 3 のホログラムの一部を切り出したサイズが (a)  $400 \times 400$ , (b)  $300 \times 300$ , (c)  $200 \times 200$  のホログラムからの再生像である(ここでは、再生像を同じ大きさで表示している)。これにみられるように、デジタルホログラムの一部分からの再生像の画質は劣化するが、 $300 \times 300$  までは Kodak のマークは鮮明に識別できる。しかし、 $200 \times 200$  ではその劣化は著しく、マークの識別が困難になることがわかる。

部分ホログラムからの再生像の劣化は、通常のアナログ的な干渉線に比べて画素数がきわめて小さく周波数帯域が大幅に制限されることと、切り出し窓による像の解像度の低下に起因している(3.2 節参照)。



図 6 部分ホログラムからの再生像。数値は画像サイズ。

## 3. 電子透かしへの適用

### 3.1 透かし情報の埋め込み法とその再生

ここまでみたように、図 1 (a) の透かし情報は図 3 のホログラムの形で保持されている。そこで、図 1 (b) のコンテンツ画像に目立たないようにホログラムを重ねることで、透かし情報を埋め込むことができる。このとき、コンテンツ画像にどのような重みで式(5)のホログラム  $H(\xi, \eta)$  を埋め込むかが問題になる。

そこで、まず、コンテンツ画像  $Q(\xi, \eta)$  と式(5)で与えられるホログラム  $H(\xi, \eta)$  を、それぞれの

データの最大値  $Q_{\max}, H_{\max}$  および最小値  $Q_{\min}, H_{\min}$  を用いて、前段より式(1)を

$$\frac{Q(\xi, \eta) - Q_{\min}}{Q_{\max} - Q_{\min}} \rightarrow Q(\xi, \eta) \quad (1)$$

$$\frac{H(\xi, \eta) - H_{\min}}{H_{\max} - H_{\min}} \rightarrow H(\xi, \eta) \quad (2)$$

と置き換えると、各関数  $I(\xi, \eta)$  は式(3)の形で表される。ここで  $\alpha$  は重み係数である。 $0 \leq Q(\xi, \eta) \leq 1, 0 \leq H(\xi, \eta) \leq 1$  である。次に、ホログラム強度の重みを与える関数  $w(\xi, \eta)$  を導入して、電子透かしを含んだ画像  $I(\xi, \eta)$  を式(4)のように表す。

$$I(\xi, \eta) = Q(\xi, \eta) + w(\xi, \eta)H(\xi, \eta) \quad (3)$$

と表す。以下では、 $\alpha$  を重みの割合を決める定数としてつぎの二通りの場合を扱った。

$$w(\xi, \eta) = \begin{cases} \alpha & \\ \alpha Q(\xi, \eta) & \end{cases} \quad (4a)$$

44b

式(4a)は画像全体にわたってホログラムに一定の重みを付ける場合であり、式(4b)は画像の輝度分布に応じてホログラムに重みを付ける場合である。言い換えると、図7に示すように、コンテンツ画像の強度（輝度）分布に無関係に、一定レベルの平均強度のホログラムを埋め込む方法と画像の強度に比例する重み付けをホログラムに与えて埋め込む方法である。ここでは、前者を一定レベル法、後者を線形レベル法と呼ぶ。

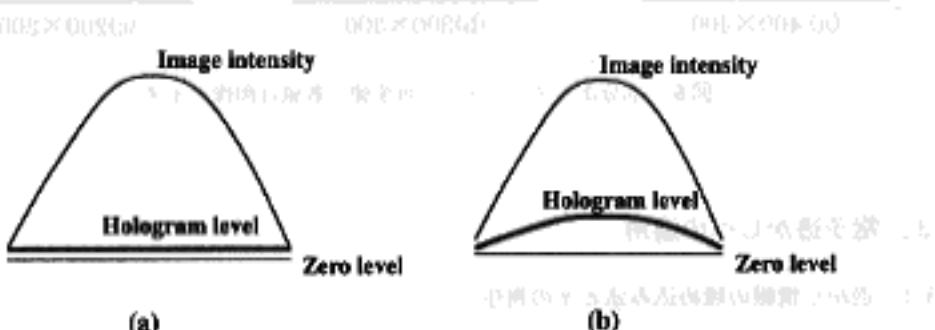


図7 ホログラムの埋め込み方法。(a)：一定レベル法、(b)：線形レベル法

### (1) 一定レベル法

$w(\xi, \eta) = \alpha$  (一定) の場合の再生像  $g(x, y)$  は、式(8)の逆フーリエ変換として

$$g(x,y) = q(x,y) + ag_r(x,y)$$

⑩

となる。ここで、 $g_r(x,y)$ は式(8), (9)で与えられる透かし情報であり、 $q(x,y)$ は

$$q(x,y) = \iint Q(\xi,\eta) \exp[2\pi i(x\xi + y\eta)] d\xi d\eta \quad ⑪$$

で与えられるコンテンツ画像のフーリエスペクトル分布である。式(10)は、透かし情報 $g_r(x,y)$ が画像のスペクトル $q(x,y)$ と重なって再生されることを示していく。これを識別するためには、これらを分離する必要がある。

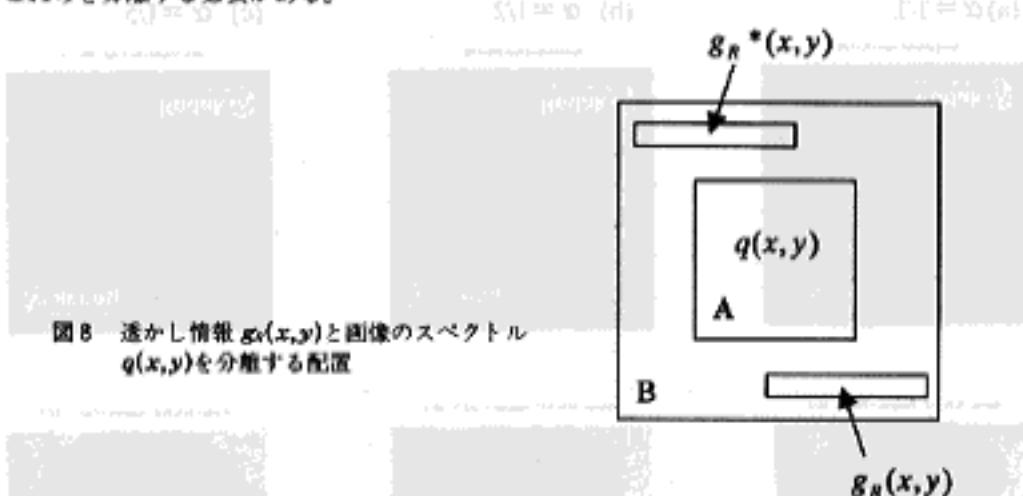


図8 透かし情報 $g_r(x,y)$ と画像のスペクトル $q(x,y)$ を分離する配置

一般に、図1 (b) のような画像のスペクトル $q(x,y)$ は低周波成分が支配的で $(x,y)$ 面の中心(原点)の周りに強い輝度が現れる。そこで、画像スペクトル $q(x,y)$ の分布を、図8に示す中央の領域Aに生じるように帯域制限し、同時にホログラム成分の再生像である透かし情報を高周波数領域Bに現れるようにすると、両者が分離できる。このような考え方のもとで $q(x,y)$ を領域Aに制限するために、原画像を予めそのスペクトル分布が領域Aに納まるように、ローパスフィルタリングを施したものを作像データ $Q(\xi,\eta)$ として用いた。

図9は、 $\alpha$ の値を1~1/50の範囲で変えたときの透かし情報を含む画像と、それから再生された透かし情報の結果である。これによって、透かし情報が原画像の画質を損なうことなく埋め込まれたか、またそれが正規に再生できたかを見ることができる。なお、図9では、図8の領域Aに相当する部分は透かし情報の再生には無関係であるので、その部分の画素値をゼロ(黒)に置き換えてある。

ここに見られるように、比較的高い比率である $\alpha=1, 1/2, 1/5$ の場合には、ほぼ均一なホログラムが重なって画像全体がぼやけたパターンになっていて、これらの場合は電子透かしとしては適さないことがわかる。しかし、 $\alpha$ の値を1/20, 1/50と小さくしすると、ホログラムを重



図9 計一定レベル法におけるホログラムの重ね合わせの比率 $\alpha$ を変えたときの原像とそれからの再生像。(左)  $\alpha=1/10$  (右)  $\alpha=1/50$



図10 極形レベル法におけるホログラムの重ね合わせの比率 $\alpha$ を変えたときの画像とそれからの再生像。(a)~(f)  $\alpha=1/1, 1/2, 1/5, 1/10, 1/20, 1/50$  のときの結果。

ねたことがほとんど目立たない。

一方、透かし情報の再生像は、 $\alpha$ の値に関係なくかなり鮮明に再生されていることが認められる。なお、 $\alpha=1/50$ の場合に明確に認められるように、 $\alpha$ の値が小さいときに図 8 の領域 B に相当する部分にランダム状の雜音パターンが生じる。これは、原画像のデータが 8 ビットで量子化されていることに依る量子化誤差が、 $\alpha$ の値が小さいときに、強調されて現れる結果である。また、 $\alpha$ の値をあまり小さくすることは画像データの最下位ビットに透かし情報を埋め込むこと（すなわち、Low bit coding）に近くなる。このような埋め込みは最下位ビットの削除で透かし情報が消失するので電子透かしとしてのロバスト性に乏しい。

### (2) 線形レベル法

この場合、透かし情報を含んだ画像は

$$I(\xi, \eta) = Q(\xi, \eta) + \alpha Q(\xi, \eta) H(\xi, \eta) \quad 07$$

と表される。したがって、再生像  $g(x, y)$  は上式のフーリエ変換をとることによって

$$g(x, y) = q(x, y) + \alpha [q(x, y) \otimes g_s(x, y)] \quad 08$$

となる。ここで、 $\otimes$  はコンボリューション積分を表し、厳密には透かし情報  $g_s(x, y)$  が再生できないこと示している。しかし、コンテンツ画像が直流分を含んでいてそのフーリエスペクトル  $q(x, y)$  が原点で鋭いピークを持ち、したがって、

$$g(x, y) \approx \delta(x, y) \quad 09$$

とデルタ関数  $\delta(x, y)$  で近似できるので、結果的に、式 08 は式 09 と一致する。

この手法における  $\alpha$  を変えたときの結果を図 10 に示す。この場合は、画像の輝度に比例してホログラムが埋め込まれているので、 $\alpha$  値が大きい場合でもホログラムの埋め込みがそれほど目立たない結果が得られている。この反面、透かし情報の再生像の画質は、図 9 の場合と比べて劣化することが認められる。これは、式 08 で与えられる形で像再生が得られていることに依っている。

### 3.2 部分画像からの透かし情報の再生

電子透かし技術は、画像の一部が切り取られて使われることにも機能することが要求される。すなわち、画像の一部分からも透かし情報が再生されなければならない。そこで、コンテンツ画像に透かし情報を埋め込んだ画像（サイズ 512 × 512）の一部分から再生される透かし情報を調べた。

図 11 は、一定レベル法における部分画像とそれからの透かし情報の再生結果であり、図 12 は、線形レベル法における結果である。いずれも  $\alpha=1/20$  の場合で、原画像から切り出されたサイ

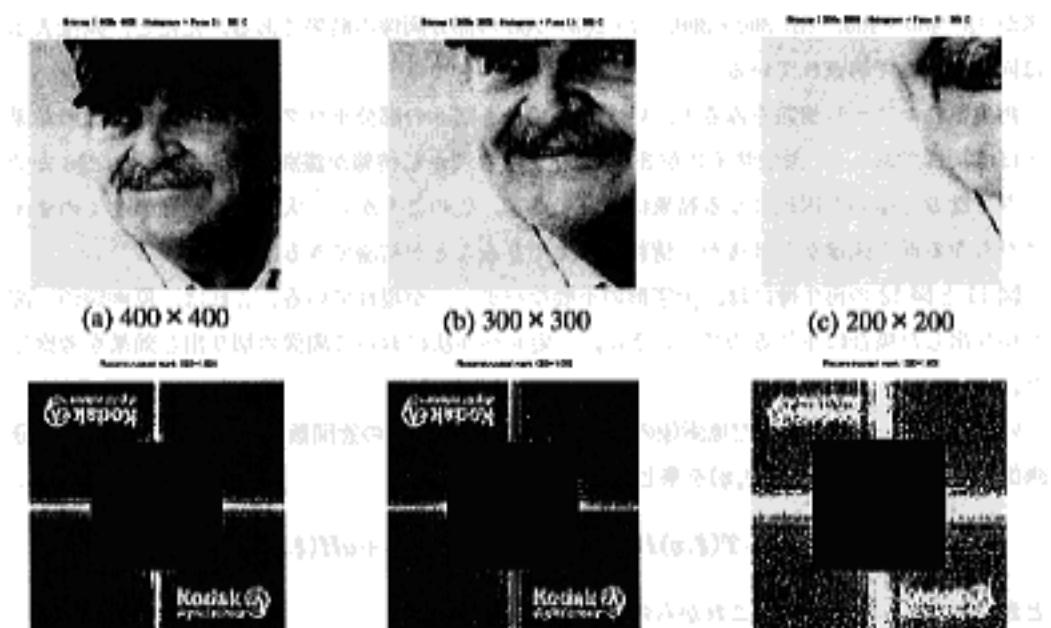


図11 一定レベル法における部分画像（上）とそれからの透かし情報の再生結果（下）。いずれも  $\alpha=1/20$  の場合で、画像サイズは (a)  $400 \times 400$ , (b)  $300 \times 300$ , (c)  $200 \times 200$ 。

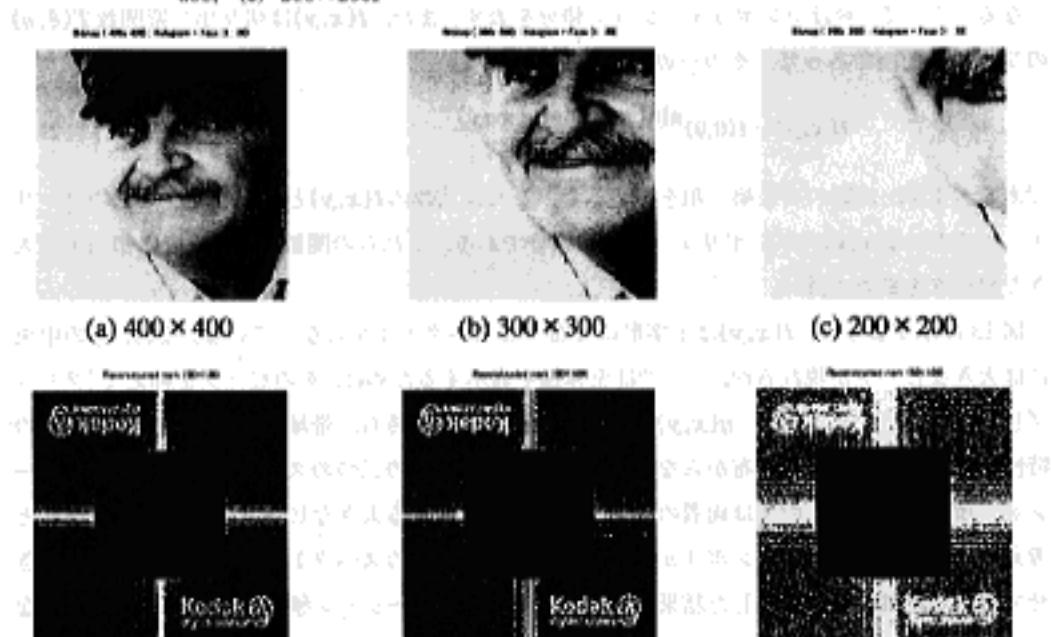


図12 根形レベル法における部分画像とそれからの透かし情報の再生結果。いずれも  $\alpha=1/20$  の場合で、画像サイズは (a)  $400 \times 400$ , (b)  $300 \times 300$ , (c)  $200 \times 200$ 。

ズが (a)  $400 \times 400$ , (b)  $300 \times 300$ , (c)  $200 \times 200$  の部分画像の結果である。ただし、画像表示は同じ大きさで示されている。

再生された透かし情報をみると、いずれの場合も図 6 の部分プログラムからの再生像の結果とはほぼ同様であって、画像サイズが  $300 \times 300$  までは透かし情報が識別できるが、 $200 \times 200$  まで小さくなると識別が困難になる結果になっている。このことから、大略、原画像の  $1/4$  のサイズからなる部分画像からは透かし情報が再生できることが結論できる。

図 11 と図 12 の再生像には、十字形の不要なパターンが現れている。これは、原画像の一部を切り出した場合に生じるので、以下に、一定レベル法において画像の切り出し効果を考察した。

いま、透かし情報を含んだ原画像の一部分を切り出す方形の窓関数  $T(\xi, \eta)$  とすると、部分画像  $I_t(\xi, \eta)$  は、式(1)に  $T(\xi, \eta)$  を乗じて

$$I_t(\xi, \eta) = T(\xi, \eta)I(\xi, \eta) = T(\xi, \eta)[Q(\xi, \eta) + aH(\xi, \eta)] \quad (1)$$

と表される。したがって、これから再生像  $g_t(\xi, \eta)$  は

$$g_t(x, y) = t(x, y) \otimes [q(x, y) + aq_t(x, y)] \quad (2)$$

となる。ここで、 $\otimes$  はコンポリューション積分を表す。また、 $t(x, y)$  は切り出し窓関数  $T(\xi, \eta)$  のフーリエ変換であって、その一辺が  $a$  の場合

$$t(x, y) = t(0, 0) \frac{\sin(\pi ax)}{\pi ax} \frac{\sin(\pi ay)}{\pi ay} \quad (3)$$

である。まず、式(2)の右辺第一項を考えると、これは式(3)の  $t(x, y)$  とコンテンツ画像のフーリエスペクトル  $q(x, y)$  のコンポリューション積分である。これらの関数は、直流分に相当する大きなピークを原点で持つ。

図 13 に示すように、 $t(x, y)$  は十字形に分布するスペクトルからなっている。なお、この中央には大きなピークが現れるが、ここでは全体像を表示するために、そのピークを抑えて(クリップして)示してある。一方、 $q(x, y)$  は同様に中心ピークを持ち、帯域制限された領域に画像の特性に応じたスペクトル分布からなっている。問題は、この二つのスペクトルのコンポリューション積分であってこの値は両者の原点(中心)に存在する大きなピークに強く支配されると考えられる。なぜなら、コンポリューション積分は、二つのスペクトル分布を相対的に移動させて重ね、両者の積を積分した結果であって、コンポリューション積分の結果が大きな値になるのは、各々の中心ピークが他方の値を持つ部分と重なるときと考えてよいからである。このように考えると、 $g(x, y)$  の中心部のピークが  $t(x, y)$  の十字形の分布と重なるときに大きな値になる。これが、図 11 と図 12 に生じる十字形パターンを結果としている。

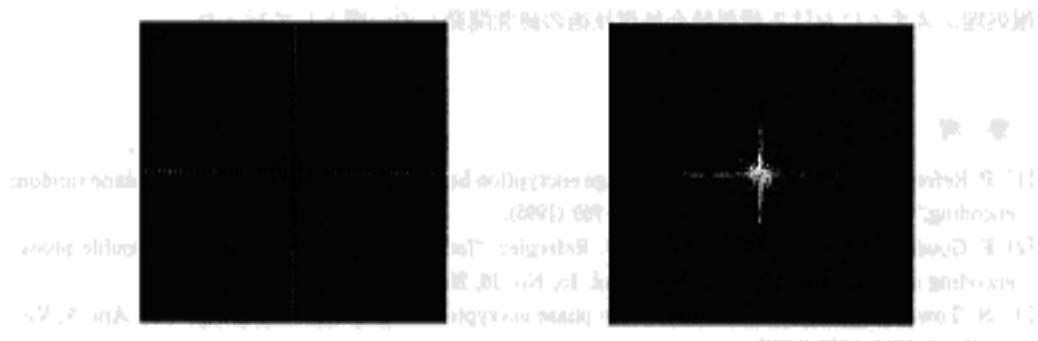


図13 左は切り出し窓(サイズ256×256)のスペクトル分布 $t(x,y)$ 。右は、図1(b)の画像のスペクトル分布 $g(x,y)$ 。

式中の右辺の第二項目は、 $t(x,y)$ とマークパターン $g_s(x,y)$ のコンボリューション積分である。この場合は、 $t(x,y)$ の中心ピークが $g_s$ 関数に近い効果を持つので画質の劣化を伴うことは避けられないとしても、ほぼマークパターンがそのまま再生される。このことは、図6の部分ホログラムからの再生に対しても同様なことが言える。

**4. おわりに**

最後に、電子透かし技術に要求される要件に触れておく。電子透かしにおいて、透かし情報が書き換えられることは当然許されない。また、画像の一部分を切りとることや縮小・拡大などの編集を行って使用することで透かし情報が失われてもいけない。さらに、データ形式や画像データの圧縮に対しても同様なことが要求される。つまり、電子透かし技術には、以下の耐性が要求される。

- (1) 透かし情報の改ざんに対する耐性
- (2) 画像データの編集に対する耐性
- (3) データ形式に関する耐性
- (4) データ圧縮に関する耐性

である。

本研究での電子透かし法では、ランダム位相変調による拡散ホログラムに透かし情報を変換して埋め込むので、その改ざんは不可能である。すなわち、(1)に関する耐性を持っている。また、(2)の耐性に関して、部分画像からの透かし情報の検出もある程度できることを示した。さらに、画像データとして非負の8ビットデータを用いており(3)の耐性も有している。しかしながら現段階では、データ圧縮に関する(4)の耐性についての克服すべき問題が残されている。

本研究は、北海学園大学ハイテクリサーチセンターの研究プロジェクト「知的画像・言語情

報処理システムにおける情報統合処理技術の研究開発の一環として行った。

### 参 考 文 献

- [1] P. Refregier and B. Javidi, "Optical image encryption based on input plane and Fourier plane random encoding," *Opt. Lett.*, Vol. 20, No. 7, 767-769 (1996).
  - [2] F. Goudail, F. Bollaro, B. Javidi and P. Refregier, "Influence of a perturbation in a double phase-encoding system," *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 15, No. 10, 2629-2638 (1998).
  - [3] N. Towghi, B. Javidi and Z. Lou, "Fully phase encrypted image processor," *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 16, No. 8, 1915-1927 (1999).
  - [4] B. Javidi, N. Towghi, N. Maghzi and S. C. Verall, "Error-reduction techniques and error analysis for phase- and amplitude-based encryption," *Appl. Opt.*, Vol. 38, No. 23, 4117-4130 (2000).
  - [5] 森本 奥輔:「電子透かし」, *光学*, Vol. 29, No. 7, 431-434 (2000).
  - [6] 森本 奥輔, 清水 圭一, 小林 誠士:「データハイディング技術」, *映像メディア学会技術報告*, Vol. 21, No. 31, 3-8 (1997).
  - [7] 吉浦 哲, 金野 千里, 黒須 豊:「電子透かしとその応用」, *日立評論*, Vol. 80, No. 7, 15-20 (1998).
  - [8] 遠藤 直樹, 小出 善夫:「コンテンツ配信と不正コピー防止」, *電子情報通信学会誌*, Vol. 83, No. 2, 117-121 (2000).
  - [9] 青木 由直:「計算機プログラムを用いた電子透かし法」, *電子情報通信学会誌 A*, Vol. J82-A, No. 7, 1092-1100 (1999).
  - [10] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, Chp. 8, 198-254 (McGraw-Hill, San Francisco, 1968).
  - [11] Born and Wolf, *Principles of Optics*, Chpt. 8, 412-516 (Cambridge University Press, 7th ed. 1999).
  - [12] 高井 朝勝: *MATLAB 入門* (工学社, 2000)