2010年度制御工学Ⅱ　第3回宿題解答

１．

$$(s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}=\left[\begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}\right]^{-1}=\begin{bmatrix} s & -1 \\ 2 & s+3 \end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{s^2+3s+2}\begin{bmatrix} s+3 & -2 \\ 1 & s \end{bmatrix}^T$$

$$=\frac{1}{(s+2)(s+1)}\begin{bmatrix} s+3 & 1 \\ -2 & s \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{2}{s+1}-\dfrac{1}{s+2} & \dfrac{1}{s+1}-\dfrac{1}{s+2} \\ -\dfrac{2}{s+1}+\dfrac{2}{s+2} & -\dfrac{1}{s+1}+\dfrac{2}{s+2} \end{bmatrix}$$

$$e^{\mathbf{A}t}=L^{-1}\left[(s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\right]=\begin{bmatrix} 2e^{-t}-e^{-2t} & e^{-t}-e^{-2t} \\ -2e^{-t}+2e^{-2t} & -e^{-t}+2e^{-2t} \end{bmatrix}$$

２．

$$\mathbf{x}(t)=e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0)=\begin{bmatrix} 2e^{-t}-e^{-2t} & e^{-t}-e^{-2t} \\ -2e^{-t}+2e^{-2t} & -e^{-t}+2e^{-2t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3e^{-t}-2e^{-2t} \\ -3e^{-t}+4e^{-2t} \end{bmatrix}$$

３．２の式に　t=1，t=∞を代入すると

$$\mathbf{x}(1)=\begin{bmatrix} 0.832 \\ -0.562 \end{bmatrix},\quad \mathbf{x}(\infty)=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

参考までにMATLABの解を以下に示す.

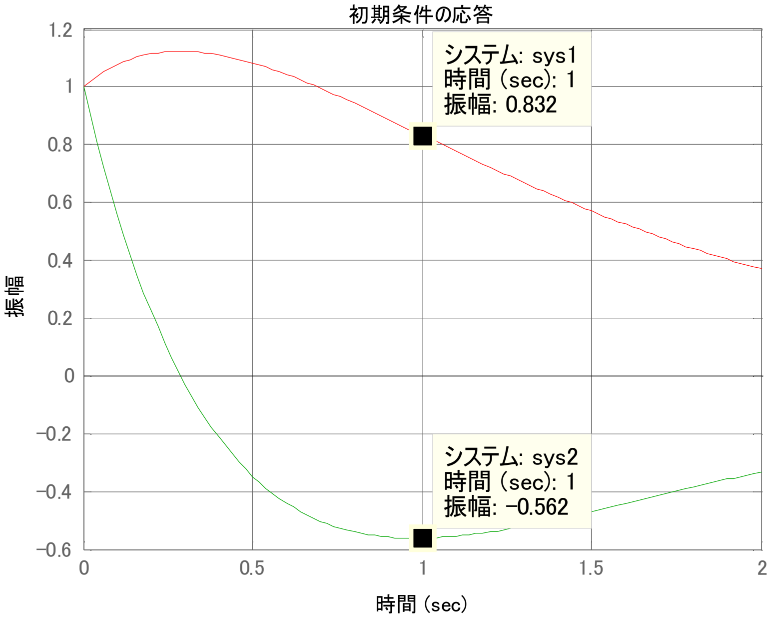
\>> sys1=ss([0 1; -2 -3],[0; 2],[1 0],0);　　$\mathbf{c}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$　なので　$y(t)=\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}=x_1(t)$

\>> sys2=ss([0 1; -2 -3],[0; 2],[0 1],0);　　$\mathbf{c}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$　なので　$y(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}=x_2(t)$

\>> initial(sys1,'r',sys2,'g',[1; 1],2)

初期条件$\mathbf{x}=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$で$x_1(t)$を赤，$x_2(t)$を緑で表示し$t=2$までの応答を示す.

\>>



手計算の結果と一致する．

>> initial(sys1,'r',sys2,'g',[1; 1],10)

10 秒までの応答は次のようになり，0 に収束していく様子がわかる．