2010年度制御工学Ⅱ　第2回宿題解答

１．

$$v_i(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt = u(t) \quad (1)$$

$$v_o(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt = y(t) \quad (2)$$

これらをまとめると

$$v_i(t) = RC\frac{dv_o(t)}{dt} + LC\frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + v_o(t) \quad (3)$$

$$x_1(t) = v_o(t) = y(t)$$

$$x_2(t) = \frac{dv_o(t)}{dt} = \frac{1}{C}i(t)$$

を式(3)に代入して整理すると

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{1}{LC}x_1(t) - \frac{R}{L}x_2(t) + \frac{1}{LC}u(t)$$

$$\dot{x}_1(t) = \frac{dv_o(t)}{dt} = x_2(t)$$

ときの状態方程式と出力方程式は次式のように表現される.

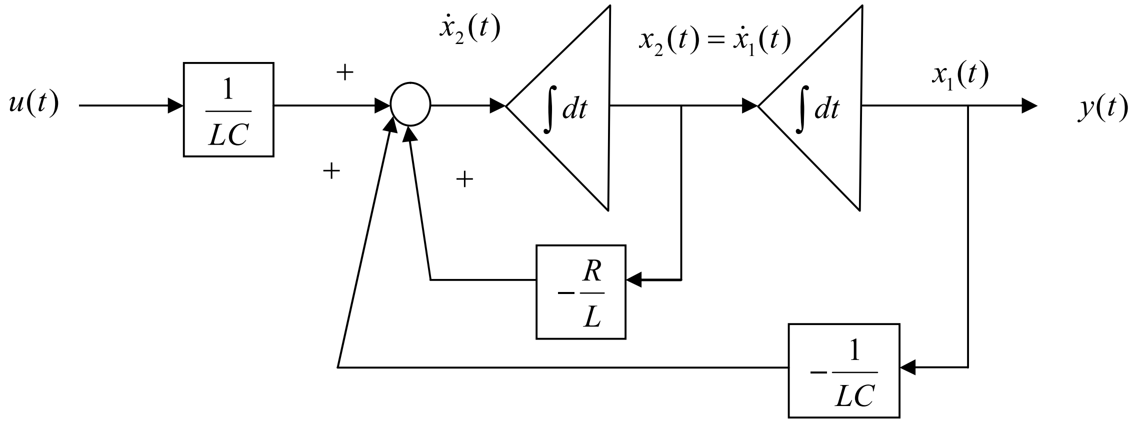
状態方程式

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{LC} \end{bmatrix} u(t)$$

出力方程式

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

２．状態変数線図で表すと,



３.

$$G(s)=\mathbf{c}(s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{b}=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\frac{adj\left[s\mathbf{I}-\mathbf{A}\right]}{\det\left[s\mathbf{I}-\mathbf{A}\right]}\begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{CL}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\frac{adj\begin{bmatrix}s & -1\\ \frac{1}{CL} & s+\frac{R}{L}\end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix}s & -1\\ \frac{1}{CL} & s+\frac{R}{L}\end{bmatrix}}\begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{CL}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\frac{\begin{bmatrix}s+\frac{R}{L} & -\frac{1}{CL}\\ 1 & s\end{bmatrix}^T}{(s+\frac{R}{L})s+\frac{1}{CL}}\begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{CL}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\frac{\begin{bmatrix}s+\frac{R}{L} & 1\\ -\frac{1}{CL} & s\end{bmatrix}}{(s+\frac{R}{L})s+\frac{1}{CL}}\begin{bmatrix}0\\ \frac{1}{CL}\end{bmatrix}=\frac{\frac{1}{CL}}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{CL}}$$

$$=\frac{1}{CLs^2+CRs+1}$$

４.

$$G(s)=\frac{V_o(s)}{V_i(s)}=\frac{\frac{1}{Cs}I(s)}{RI(s)+LsI(s)+\frac{1}{Cs}I(s)}=\frac{1}{CLs^2+CRs+1}$$

となり，３項と一致する．