2010年度制御工学Ⅱ　第4回宿題解答

１．固有値，固有ベクトル

$$|\lambda\mathbf{I}-\mathbf{A}|=\begin{vmatrix}\lambda & 5\\ -1 & \lambda+6\end{vmatrix}=\lambda^2+6\lambda+5=0$$

$$(\lambda+1)(\lambda+5)=0$$

固有値 $\lambda_1=-1,\lambda_2=-5$

固有値$\lambda_1=-1$の固有ベクトル

$$-1\begin{bmatrix}v_{11}\\ v_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -5\\ 1 & -6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{11}\\ v_{12}\end{bmatrix}$$

を解いて　　$v_{11}=5, v_{12}=1$

固有値$\lambda_2=-5$の固有ベクトル

$$-5\begin{bmatrix}v_{21}\\ v_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -5\\ 1 & -6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_{21}\\ v_{22}\end{bmatrix}$$

を解いて　　$v_{21}=1, v_{22}=1$

２．変換行列

対角正準形式への変換行列は　$\mathbf{T}=\begin{bmatrix}\mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$

３．対角正準形式への変換

$$\mathbf{T}^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\\ -\frac{1}{4} & \frac{5}{4}\end{bmatrix}$$

したがって

$$\tilde{\mathbf{A}}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -5\end{bmatrix}\quad \tilde{\mathbf{b}}=\mathbf{T}^{-1}\mathbf{b}=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\end{bmatrix}\quad \tilde{\mathbf{c}}=\mathbf{cT}=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}$$

対角正準形式は　$\dot{\mathbf{z}}(t)=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -5\end{bmatrix}\mathbf{z}(t)+\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\end{bmatrix}u(t)\quad y(t)=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}\mathbf{z}(t)$

３．MATLAB による解

元の状態空間表現

```
>> sys=ss([0 -5; 1 -6],[3; 1],[0 1],0);
```

変換行列

```
>> T=[5 1; 1 1];
```

変換後の状態空間表現

```
>> syst=ss2ss(sys,inv(T))
 a =
          x1   x2
    x1   -1    0
    x2    0   -5
 b =
           u1
    x1   0.5
    x2   0.5
 c =
          x1   x2
    y1    1    1
 d =
          u1
    y1    0
```

手計算結果と一致する．

ここで両方の伝達関数を求め同じになることで変換の正しさを確認することができる．

```
 >> tf(sys)

伝達関数:
      s + 3
-------------
s^2 + 6 s + 5

>> tf(syst)

伝達関数:
      s + 3
-------------
s^2 + 6 s + 5
```