2010年度制御工学Ⅱ　第6回宿題解答

１．

$$\det(s\mathbf{I}-\mathbf{A})=\begin{bmatrix} s & -1 \\ 1 & s \end{bmatrix}=s^2+1=0$$ よって最初の極（固有値）は $s=j,-j$

２．

可制御行列　$\mathbf{U}_c=\begin{bmatrix}\mathbf{b} & \mathbf{Ab}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$　$\det\mathbf{U}_c=-1\neq 0$

よって可制御であり，極配置が可能である．
配置極の特性方程式は

$$\{s-(-1)\}\{s-(-2)\}=0 \quad \therefore s^2+3s+2=0$$

１）直接的な方法
状態フィードバックをおこなった時の特性方程式を求めると

$$\det[s\mathbf{I}-\mathbf{A}-\mathbf{bf}]=\left|\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_0 & f_1 \end{bmatrix}\right|=\left|\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ f_0 & f_1 \end{bmatrix}\right|$$

$$=\begin{vmatrix} s & -1 \\ 1-f_0 & s-f_1 \end{vmatrix}=s^2-f_1s+1-f_0=0$$

両特性方程式の係数を等置すると

$3=-f_1 \quad 2=1-f_0$

$\therefore f_0=-1, f_1=-3$

$\mathbf{f}=\begin{bmatrix}-1 & -3\end{bmatrix}$

２）Ackermannの式

$$\mathbf{f}=-\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\mathbf{U}_C^{-1}\mathbf{P}(\mathbf{A})$$

$$\mathbf{U}_C^{-1}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{A})=\mathbf{A}^2+3\mathbf{A}+2\mathbf{I}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}+3\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}+2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}=-\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}1 & 3\end{bmatrix}$$

１）直接法と２）Ackermanの結果は一致する．

３．

ＭＡＴＬＡＢによる計算

```
>> K=place([0 1; -1 0],[0; 1],[-1; -2])
K = 1      3
>> K=acker([0 1; -1 0],[0; 1],[-1; -2])
K = 1      3
```

上記と一致する．なお，MATLABでのフィードバックベクトルは教科書とは符号を逆に取っている．