

1. 制御理論に関する次の文章中の(1)～(20)に当てはまる用語を、(1)用語のよ
うに下記から選んで答えよ. 例:(1)伝達関数法

フィードバック制御はその理論面から大きく分けて(1)(あるいは古典制御理論とも呼ぶ)と状態空間法(あるいは(2)とも呼ぶ)に分類できる. 伝達関数法では, ある程度経験的な手法により制御対象の入出力関係を表す(3)を用いてモデル化し, 伝達関数を周波数領域で表現し, この特性を望ましいものにするために(4)の係数を調節するなどの操作をして制御を行う. この手法のモデルを図で表現するには(5)が使われる.

これに対し状態空間法では数学的に対象の(6)まで表現する(7)でモデル化を行い, 時間的な変化を直接扱う. その図表現として(8)が使われる. 制御対象の内部を表す変数(これを(9)という)をすべてフィードバックして, それぞれの状態変数に乗じるフィードバック係数によって極を望ましい位置に配置する(10)は状態空間法の代表的な制御手法である. これには(11)を使う方法, (12)の式, そして直接フィードバック係数を含む特性方程式と(13)の特性方程式を比較して求める方法がある. 極配置が可能であるためには対象の状態方程式が(14)でなければならない. 全ての状態変数を(15)することは必ずしも容易でないため, モデルを用いて実システムとの出力誤差をフィードバックして状態変数を推定するのが(16)である. 極を直接設定する代わりに, ある種の評価関数を考えて, これを(17)にするフィードバック係数を決める(18)あるいは(19)は種々の優れた性質をもっており, 解を得るためには(20)を解かなければならない.

伝達関数法 計測 状態変数 線形 2 次形式レギュレータ(LQR) ブロック線図 配置極 最適レギュレータ 状態変数線図 Ackermann 可制御 最小 リッカチ方程式 現代制御理論 伝達関数 極配置手法 状態空間表現 オブザーバ PID 調節器 内部情報 可制御正準形式

2. 次の状態空間表現で表わされる制御システムがある.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad y(t) = [1 \quad 0] \mathbf{x}(t)$$

これに対し

(1) 系の可制御性と可観測性を調べよ.
$$\mathbf{U}_c = [\mathbf{b} \quad \mathbf{A}\mathbf{b} \quad \cdots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{b}] \quad \mathbf{U}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{c}\mathbf{A} \\ \mathbf{c}\mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{c}\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix}$$

(2) 状態空間表現を入出力伝達関数に変換せよ. $G(s) = \mathbf{c}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{b}$

(3) 極と零点を求めよ.

(4) 初期条件 $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, 入力 $u(t) = 0$ の過渡応答 $\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0)$ を求めよ.

$$e^{\mathbf{A}t} = L^{-1}[(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}]$$

(5) 極を-2, -3 に配置するレギュレータの状態フィードバックベクトル $\mathbf{f} = [f_0 \quad f_1]$ を求めよ.

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{bf}] = 0$$

(6) 極を-4, -5 に配置する同次元オブザーバの $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \end{bmatrix}$ ベクトルを求めよ.

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{kc}] = 0$$

(7) $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $h=1$ の重みを与えるときの無限制御時間最適レギュレータを求めた

い. フィードバックベクトル $\mathbf{f} = -\frac{1}{h}\mathbf{b}^T\mathbf{P}$ を構成する \mathbf{P} はリッカチ代数方程式を満たす正

定対称行列である. $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix}$

本問題のリッカチ代数方程式を書け.

(8) 上記リッカチ代数方程式を解き, 状態フィードバックベクトル \mathbf{f} を求めよ. 正定性の判定にはシルベスターの条件 (先頭主座小行列式が全て正の時, 正定) が使える.