2011 年 1 月 17 日講義中配布　2010 年度制御工学Ⅱ　演習問題

2011. 1. 17

１．制御理論に関する次の文章中の(1)～(20)に当てはまる用語を，（1）用語　のように下記から選んで答えよ．例：(1) 伝達関数法

フィードバック制御はその理論面から大きく分けて(1)（あるいは古典制御理論とも呼ぶ）と状態空間法（あるいは(2)とも呼ぶ）に分類できる．伝達関数法では，ある程度経験的な手法により制御対象の入出力関係を表す(3)を用いてモデル化し，伝達関数を周波数領域で表現し，この特性を望ましいものにするために(4)の係数を調節するなどの操作をして制御を行う．この手法のモデルを図で表現するには(5)が使われる．

これに対し状態空間法では数学的に対象の(6)まで表現する(7)でモデル化を行い，時間的な変化を直接扱う．その図表現として(8)が使われる．制御対象の内部を表す変数（これを（9）という）をすべてフィードバックして，それぞれの状態変数に乗じるフィードバック係数 によって極を望ましい位置に配置する(10)は状態空間法の代表的な制御手法である．これには（11）を使う方法，（12）の式，そして直接フィードバック係数 を含む特性方程式と（13）の特性方程式を比較して求める方法がある．極配置が可能であるためには対象の状態方程式が（14）でなければならない．全ての状態変数を(15)することは必ずしも容易でないため，モデルを用いて実システムとの出力誤差をフィードバックして状態変数を推定するのが(16)である．極を直接設定する代わりに，ある種の評価関数を考えて，これを(17)にするフィードバック係数を決める(18)あるいは(19)は種々の優れた性質をもっており，解を得るためには(20)を解かなければならない．

伝達関数法　計測　状態変数　線形 2 次形式レギュレータ(LQR)　ブロック線図　配置極
最適レギュレータ　状態変数線図　Ackermann　可制御　最小　リッカチ方程式
現代制御理論　伝達関数　極配置手法　状態空間表現　オブザーバ　PID 調節器
内部情報　可制御正準形式

２．次の状態空間表現で表わされる制御システムがある．

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -1\end{bmatrix}\mathbf{x}(t)+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u(t)\quad y(t)=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\mathbf{x}(t)$$

これに対し

（１）系の可制御性と可観測性を調べよ．　$\mathbf{U}_c=\begin{bmatrix}\mathbf{b} & \mathbf{Ab} & \cdots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{b}\end{bmatrix}$　$\mathbf{U}_o=\begin{bmatrix}\mathbf{c}\\ \mathbf{cA}\\ \mathbf{cA}^2\\ \vdots\\ \mathbf{cA}^{n-1}\end{bmatrix}$

（２）状態空間表現を入出力伝達関数に変換せよ．$G(s)=\mathbf{c}\left[s\mathbf{I}-\mathbf{A}\right]^{-1}\mathbf{b}$

（３）極と零点を求めよ．

（４）初期条件 $\mathbf{x}(0)=\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$，入力 $u(t)=0$ の過渡応答 $\mathbf{x}(t)=e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0)$ を求めよ．

$$e^{\mathbf{A}t}=L^{-1}\left[(s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\right]$$

（５）極を-2, -3 に配置するレギュレータの状態フィードバックベクトル $\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_0 & f_1 \end{bmatrix}$ を求めよ．

$$\det\left[s\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{bf}\right] = 0$$

（６）極を-3, -4 に配置する同一次元オブザーバの $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \end{bmatrix}$ ベクトルを求めよ．

$$\det\left[s\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{kc}\right] = 0$$

（７）$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $h = 1$ の重みを与えるときの無限制御時間最適レギュレータを求めたい．フィードバックベクトル $\mathbf{f} = -\frac{1}{h}\mathbf{b}^T\mathbf{P}$ を構成する $\mathbf{P}$ はリッカチ代数方程式を満たす正定対称行列である． $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12} & P_{22} \end{bmatrix}$

本問題のリッカチ代数方程式を書け．

（８）上記リッカチ代数方程式を解き，状態フィードバックベクトル $\mathbf{f}$ を求めよ．正定性の判定にはシルベスターの条件（先頭主座小行列式が全て正の時，正定）が使える．