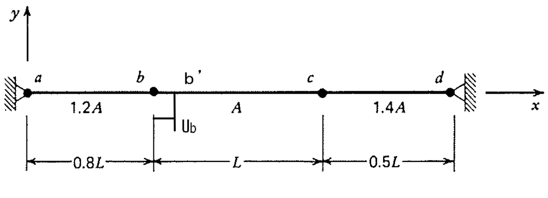
問題 1



力の釣合い条件式は，自由度毎に次の様に考える．

$\sum i$ 節点の材端力＝i 節点に作用する外力

$\sum j$ 支点の材端力＝j 支点に作用する反力

$\sum$ ：当該節点，支点に接続する全部材の材端力の和を意味する．

境界条件：$u_a = 0$，$u_d = 0$，釣合条件：$F_b^{ab} + F_b^{bc} = P$，$F_a^{ab} + F_d^{cd} = -P$，与条件：$u_b = 0.001 \cdot L$

ab材 $\begin{Bmatrix} F_a^{ab} \\ F_b^{ab} \end{Bmatrix} = k_{ab} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a = 0 \\ u_b \end{Bmatrix}$ 〜①，　ただし　$k_{ab} = \dfrac{1.2AE}{0.8L}$

①式より，$F_a^{ab} = -k_{ab}u_b$ 〜②，$F_b^{ab} = k_{ab}u_b$ 〜③

bc材 $\begin{Bmatrix} F_b^{bc} \\ F_c^{bc} \end{Bmatrix} = k_{bc} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b \\ u_c \end{Bmatrix}$ 〜④，　ただし　$k_{bc} = \dfrac{AE}{L}$

④式より，$F_b^{bc} = k_{bc}(u_b - u_c)$ 〜⑤

cd材 $\begin{Bmatrix} F_c^{cd} \\ F_d^{cd} \end{Bmatrix} = k_{cd} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_c \\ u_d = 0 \end{Bmatrix}$ 〜⑥，　ただし　$k_{cd} = \dfrac{1.4AE}{0.5L}$

⑥式より，$F_d^{cd} = -k_{cd}u_c$ 〜⑦

③, ⑤式を第一の釣合条件式に代入すると，$k_{ab}u_b + k_{bc}(u_b - u_c) = P$ 〜⑧

②，⑦式を第二の釣合条件式に代入すると，$-k_{ab}u_b - k_{cd}u_c = -P$，∴ $k_{ab}u_b + k_{cd}u_c = P$ 〜⑨

⑧，⑨式より，$k_{ab}u_b + k_{bc}(u_b - u_c) = k_{ab}u_b + k_{cd}u_c$，∴ $u_c = \dfrac{k_{bc}}{(k_{cd} + k_{bc})} u_b$ 〜⑩

これを⑨式に代入すると，$P = k_{ab}u_b + k_{cd} \dfrac{k_{bc}}{(k_{cd} + k_{bc})} u_b = \left\{ k_{ab} + \dfrac{k_{cd}k_{bc}}{(k_{cd} + k_{bc})} \right\} u_b$ 〜⑪

与条件を代入すると，

$$P = \left\{ \frac{1.2AE}{0.8L} + \frac{\frac{1.4AE}{0.5L} \cdot \frac{AE}{L}}{\left(\frac{1.4AE}{0.5L} + \frac{AE}{L} \right)} \right\} 0.001L = \left\{ \frac{1.2}{0.8} + \frac{\frac{1.4}{0.5}}{\left(\frac{1.4}{0.5} + 1 \right)} \right\} 0.001 \cdot AE = 2.237 \times 10^{-3} AE$$

$$u_c = \frac{\frac{AE}{L}}{\left(\frac{1.4AE}{0.5L} + \frac{AE}{L} \right)} \cdot 0.001L = \frac{1}{\left(\frac{1.4}{0.5} + 1 \right)} \cdot 0.001L = 2.632 \times 10^{-4} L$$

②式より，反力＝$F_a^{ab} = -k_{ab}u_b = -\dfrac{1.2AE}{0.8L} \cdot 0.001L = -1.5 \times 10^{-3} AE$（負符号は P と逆向きを意味する）

⑦式より，反力＝$F_d^{cd} = -k_{cd}u_c = -\dfrac{1.4AE}{0.5L} 2.632 \times 10^{-4} L = -0.737 \times 10^{-3} AE$（負符号の意味は同上）