高次モードの伝搬および放射を考慮した声道モデルの構成に関する検討

元木 邦俊

北海学園大学 工学部 電子情報工学科

〒 064 札幌市中央区南 26 条西 11 丁目
Phone: 011-841-1161 , E-mail: motoki@eli.hokkai-s-u.ac.jp

あ ら ま し　声道の 3 次元的形状を考慮して、比較的高い周波数領域での音声器官の音響特徴が検討されるようになってきている。高い周波数領域にも適用可能な音声生成過程の音響モデルを構成するには、平面波以外の音波伝搬の過程を声道部および放射部のモデルに組み入れることが必要である。本報告では、多数の矩形管が非対称に接続されたものを声道モデルとして考え、モード展開法によりエバネッセントモードも考慮して、音源と遠方点音圧の関係を与える声道音響モデルを提案する。高次モードを考慮することで、声道断面積関数だけでは表現されない声道の" 形" の影響を検討することが可能である。

キーワード　声道モデル、放射モデル、高次モード、モード展開

A Model of Vocal-tract with Propagation and Radiation of Higher-order Modes

Kunitoshi MOTOKI

Faculty of Engineering, Hokkai-Gakuen University

W-11, S-26, Chuo-ku, Sapporo,064,Japan
Phone: +81-11-841-1161 , E-mail: motoki@eli.hokkai-s-u.ac.jp

Abstract　For the improvement of an acoustic model of the speech production system, it is required to include the effects of higher-order modes into models of a vocal-tract and a radiation process. In this paper, a cascaded structure of rectangular tubes connected asymmetrically is introduced as a model of the vocal-tract, and the transfer function between a source volume velocity and the sound-pressure at a distant position is derived with taking account of higher-order modes. A mode matching technique is used for the derivation. The proposed model has a potential to represent acoustic features that are dependent on the vocal-tract "configuration".

Key words　Vocal-tract model, Radiation model, Higher-order mode, Mode matching

1　はじめに

音声生成過程の物理的音響モデリングでは、多くの場合、音声周波数帯域において音波の波長は、声道の横断面形状の代表的大きさに比較して十分に長いとの仮定のもと、声道の中心軸方向への平面波伝搬を考えたモデリングが行なわれている。このような仮定によって音響問題としての取扱が著しく簡単化され、声道断面積関数に基づいた音波伝搬の計算機シミュレーションにより音声合成を容易に行なうことができ、また、実音声分析結果から声道断面積関数を逆に推定できるというように、平面波伝搬の仮定は極めて多くの利点を有している。一方、音声生成過程モデルの高度化のために、比較的高い周波数領域での音声器官の音響特徴が検討されるようになってきている。声道内音場の 3 次元シミュレーション [1, 2, 3] や口腔の石膏模型を用いた実験 [5] では、非平面波的な音場が 3[kHz] 程度の比較的低い周波数においても現れることが示されている。また、管内高次モードを伴う放射音場の計測では、高次モードの存在により、放射される音響パワーが大きく影響されることが示されている [6, 7]。これらのシミュレーションや実験の結果を表現可能な、声道の音響モデルの構成が望まれている。

実際の音声器官の形状は複雑なものであるが、縦横比を自由に選べる矩形管は、声道の" 形" の変化の近似表現として利用可能であると考えられる。本稿では、多数の矩形管が非対称に接続されたものを声道モデルとして考え、モード展開法によりエバネッセントモードを考慮して、音源と遠方点音圧の関係を与える声道音響モデルを提案する。また、ここで提案する声道音響モデルに対応する電気的等価回路表現についても考える。高次モードを考慮することで、声道断面積関数だけでは表現されない'' 声道の形 '' の影響を検討することが可能である。

数値実験結果として、高次モードが伝搬モードのときは高域での共振特性に著しく影響を与え、またエバネッセントモードの場合であっても、その影響が低い周波数域にも及ぶことが強く示唆された。

2　高次モードを考慮した音響モデル

2.1　管内音場のモード展開表現

高次モードの存在を考慮した声道モデルとして、ここでは矩形音響管系を考える。以下では断面積が異なる矩形音響管が縦続接続された場合の管内音場の表現式および音源部体積速度と遠方点音圧の関係式を示す。なお、ここではモード展開が最も容易な矩形音響管を使っているが、モード展開できる音響管であれば同様な取扱が可能である。

位置 $\mathbf{r}$、時刻 t における、微小振幅音波の粒子速度 $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$、音圧 $p(\mathbf{r},t)$ と式 (1),(2) の関係にある速度ポテンシャル$\psi(\mathbf{r},t)$ は、よく知られている式 (3) の Helmholtz 方程式を満足する。

$$\mathbf{v}(\mathbf{r},t) = -\nabla\psi(\mathbf{r},t) \tag{1}$$

$$p(\mathbf{r},t) = \rho\frac{\partial\psi(\mathbf{r},t)}{\partial t} \tag{2}$$

$$\nabla^2\psi(\mathbf{r},t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi(\mathbf{r},t)}{\partial t^2} \tag{3}$$

ρ, c は空気密度、音速である。時間因子を $\exp(j\omega t)$ ($j=\sqrt{-1}$,ω :角周波数) とすると、矩形や円形の均一音響管内部の音場は、適当な座標系の下で式 (3) を解くことにより得られる。

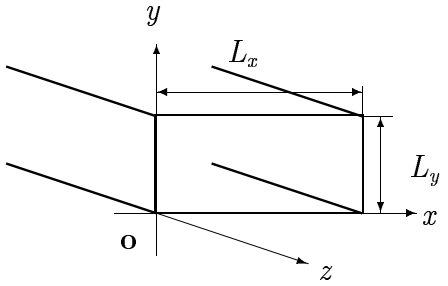

Fig.1 Geometry of a rectangular tube.

図 1 のように管軸方向を zとした直角座標系において、管壁での境界条件 (法線方向の粒子速度成分が 0) を与えて式 (3) を解くと、音圧 $p(x,y,z)$ と z方向の粒子速度 $v_z(x,y,z)$ は、Nをモード番号を表す指標、γ_N、Y_{C_N}、$\phi_N(x,y)$ をモード Nの伝搬定数、特性アドミタンス、基準関数として次のように表される [11]。

$$p(x,y,z) = \sum_{N=0}^{\infty}(a_N e^{-\gamma_N z} + b_N e^{\gamma_N z})\phi_N(x,y) \tag{4}$$

$$\begin{aligned} v_z(x,y,z) &= \frac{j}{k\rho c}\frac{\partial p(x,y,z)}{\partial z} \\ &= \sum_{N=0}^{\infty} Y_{C_N}(a_N e^{-\gamma_N z} - b_N e^{\gamma_N z})\phi_N(x,y) \end{aligned} \tag{5}$$

$$\gamma_N = \sqrt{(n_x\pi/L_x)^2 + (n_y\pi/L_y)^2 - k^2} \tag{6}$$

$$Y_{C_N} = \frac{\gamma_N}{jk\rho c} \tag{7}$$

$$\phi_N(x,y) = \frac{\cos(n_x\pi x/L_x)\cos(n_y\pi y/L_y)}{\sqrt{L_x L_y \sigma_{n_x}\sigma_{n_y}}} \tag{8}$$

$k=\omega/c$ は波数、$\sigma_{n_x}, \sigma_{n_y}$ は、n_x, n_yが 0 のとき 1、それ以外で 1/2 である。基準関数は、

$$\int_0^{L_x}\int_0^{L_y}\phi_N(x,y)\phi_M(x,y)dxdy = \begin{cases} 1 & N=M \\ 0 & N\neq M \end{cases} \tag{9}$$

である。

モード番号を表す指標 Nは、x,y軸方向のモードの組 $(n_x,n_y), n_x,n_y = 0,1,2,\cdots$ で表される。指標 Nと (n_x,n_y) は、$\gamma_N = 0$ となる遮断周波数 f_{C_N}の低いモードから順に $N = 0,1,2,\cdots$と対応させる。$N=0 \Leftrightarrow (n_x,n_y)=(0,0)$ は、平面波を表す。モード Nの遮断周波数より低い周波数では、γ_Nは正の実数となり、そのモードはエバネッセントモードなので伝搬しないが、便宜上 a_Nをモード Nの前進波成分、b_Nを後進波成分と呼ぶことにする。a_N、b_Nは $[\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{m}]$ の次元である。

式 (4),(5) の無限級数を適当な値 N_{max}まで取り、行列表現すると以下のように書ける。

$$p(x,y,z) = \boldsymbol{\phi}^T\{\mathbf{D}(-z)\mathbf{a} + \mathbf{D}(z)\mathbf{b}\} \tag{10}$$

$$v_z(x,y,z) = \boldsymbol{\phi}^T\mathbf{Y}_C\{\mathbf{D}(-z)\mathbf{a} - \mathbf{D}(z)\mathbf{b}\} \tag{11}$$

$$\int_0^{L_x}\int_0^{L_y} \boldsymbol{\phi}\,\boldsymbol{\phi}^T dxdy = \mathbf{I} \tag{12}$$

^{T}は転置を表す。ここで、次のようにおいている。

$$\mathbf{a} = [a_0, a_1, \cdots, a_{N_{max}}]^T \quad , \quad \mathbf{b} = [b_0, b_1, \cdots, b_{N_{max}}]^T$$

$$\boldsymbol{\phi} = [\phi_0(x,y), \phi_1(x,y), \cdots, \phi_{N_{max}}(x,y)]^T$$

$$\mathbf{Y}_C = \mathbf{Z}_C^{-1} = \frac{1}{jk\rho c}\boldsymbol{\Gamma}$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \mathrm{diag}[\gamma_0, \gamma_1, \cdots, \gamma_{N_{max}}] \quad , \quad (\gamma_0 = jk)$$

$$\mathbf{D}(z) = \mathrm{diag}[e^{\gamma_0 z}, e^{\gamma_1 z}, \cdots, e^{\gamma_{N_{max}} z}]$$

次節以下で利用する音響パワー伝搬に関係する前進波、後進波を以下のように置く。

$$\mathbf{w}_a = (2\mathbf{Z}_C)^{-1/2}\mathbf{a} \quad , \quad \mathbf{w}_b = (2\mathbf{Z}_C)^{-1/2}\mathbf{b} \tag{13}$$

これは伝搬モードの波に対してはその大きさの自乗が各成分によって運ばれる音響パワーを表す。ただし、エバネッセントモードに関しては、$\mathbf{w}_a, \mathbf{w}_b$ 単独では有効な音響パワーの伝送に関与しない。

図 2 に高次モードを含む長さ L_zの均一管部分の電気的等価回路とシグナルフローを示す。エバネッセントモードに対しては特性インピーダンスが虚数の線路が必要となる。この部分については、虚数インピーダンスの線路に等価な T 形集中定数素子として表すこともでき、$\gamma_{N_i}L_z \gg 1$ なるモード N_i では中央短絡の形となり、モードの影響は極めて局所的である。$\mathbf{D}(-L_z)$ は、伝搬モードに対しては伝搬遅延に相当する位相遅れを、エバネッセントモードに対しては減衰を表す。

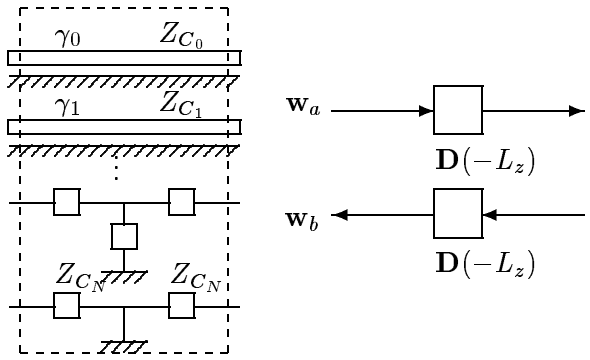

Fig.2 Equivalent circuit and signal flow of tube section.

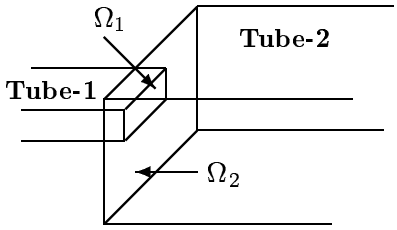

Fig.3 Joint of 2 tubes.

2.2 接続部でのモード結合

図 3 のように断面形状が異なる矩形管が中心軸をずらして縦続接続されるとき、管の接続面では、音波の反射、透過の際に高次モードの結合が生じる。モード結合は接続面上での音圧、粒子速度の連続条件を満足するように生じるから、管 1,2 を表す添字を付けて表すと以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\phi}_1^T\{\mathbf{a}_1 + \mathbf{b}_1\} &= \boldsymbol{\phi}_2^T\{\mathbf{a}_2 + \mathbf{b}_2\} && \text{on } \Omega_1 \\
\boldsymbol{\phi}_1^T\mathbf{Y}_{C_1}\{\mathbf{a}_1 - \mathbf{b}_1\} &= \boldsymbol{\phi}_2^T\mathbf{Y}_{C_2}\{\mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2\} && \text{on } \Omega_1 \\
\boldsymbol{\phi}_2^T\mathbf{Y}_{C_2}\{\mathbf{a}_2 - \mathbf{b}_2\} &= 0 && \text{on } \Omega_2
\end{aligned} \tag{14}$$

接続面への入射波 $(\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_2)$ と反射波 $(\mathbf{b}_1, \mathbf{a}_2)$ の関係を音圧に関する次の行列 $\mathbf{S}_p$を使って表すと、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{S}_p \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \}\mathrm{N}_1 \\ \}\mathrm{N}_2 \end{matrix}$$

$$\mathbf{S}_p = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{S}_p^{11} & \mathbf{S}_p^{12} \\ \hline \mathbf{S}_p^{21} & \mathbf{S}_p^{22} \end{array}\right] \begin{matrix} \}\mathrm{N}_1 \\ \}\mathrm{N}_2 \end{matrix} \tag{15}$$

$$\underbrace{\qquad}_{N_1} \quad \underbrace{\qquad}_{N_2}$$

上式で行列の大きさを示す N_1, N_2は、管 1,2 の各管で考慮するモード数である。式 (14) 第 1 式の両辺に左から$\boldsymbol{\phi}_1$を、第 2 式の両辺に左から$\boldsymbol{\phi}_2$ を乗じて Ω_1上で積分すると、次の関係が得られる。ただし、第 2 式の右辺の積分では第 3 式の境界条件を考慮して積分範囲を$\Omega_1 + \Omega_2$としている。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{S}_p^{11} &= (\mathbf{I}_1 + \mathbf{\Phi}_{12}\mathbf{Z}_{C_2}\mathbf{\Phi}_{12}^T\mathbf{Y}_{C_1})^{-1}(\mathbf{\Phi}_{12}\mathbf{Z}_{C_2}\mathbf{\Phi}_{12}^T\mathbf{Y}_{C_1} - \mathbf{I}_1)\\
\mathbf{S}_p^{22} &= (\mathbf{Y}_{C_2} + \mathbf{\Phi}_{12}^T\mathbf{Y}_{C_1}\mathbf{\Phi}_{12})^{-1}(\mathbf{Y}_{C_2} - \mathbf{\Phi}_{12}^T\mathbf{Y}_{C_1}\mathbf{\Phi}_{12})\\
\mathbf{S}_p^{12} &= \mathbf{\Phi}_{12}(\mathbf{S}_p^{22} + \mathbf{I}_2)\\
\mathbf{S}_p^{21} &= \mathbf{Z}_{C_2}\mathbf{\Phi}_{12}^T\mathbf{Y}_{C_1}(\mathbf{I}_1 - \mathbf{S}_p^{11})
\end{aligned}
\tag{16}
$$

ここで、$\mathbf{I}_1, \mathbf{I}_2$は大きさ N_1, N_2の単位行列、$\mathbf{\Phi}_{12}$はモード結合の大きさを与える係数行列である。

$$
\mathbf{\Phi}_{12} = \int\int_{\Omega_1} \boldsymbol{\phi}_{\,1}\boldsymbol{\phi}_{\,2}^{\,T} dS
$$

式 (16) より、式 (13) の入射波 $(\mathbf{w}_{a_1}, \mathbf{w}_{b_2})$ と反射波 $(\mathbf{w}_{b_1}, \mathbf{w}_{a_2})$ の関係を与える散乱行列 $\mathbf{S}_w$が以下のように求まる。

$$
\left[\begin{array}{c}\mathbf{w}_{b_1}\\ \hline \mathbf{w}_{a_2}\end{array}\right] = \mathbf{S}_w \left[\begin{array}{c}\mathbf{w}_{a_1}\\ \hline \mathbf{w}_{b_2}\end{array}\right]
$$

$$
\mathbf{S}_w = \left[\begin{array}{c|c}\mathbf{S}_w^{11} & \mathbf{S}_w^{12}\\ \hline \mathbf{S}_w^{21} & \mathbf{S}_w^{22}\end{array}\right] = \mathbf{Z}_{C_{12}}^{-1/2}\mathbf{S}_p\mathbf{Z}_{C_{12}}^{1/2} \tag{17}
$$

ただし、ここで、

$$
\mathbf{Z}_{C_{12}} = \left[\begin{array}{c|c}\mathbf{Z}_{C_1} & \mathbf{0}\\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{C_2}\end{array}\right]
$$

である。2 つの管の接続面はモードの励振、結合を行なうのみで、無損失かつエネルギーの蓄積が一切ない部分である。接続面Ω_1の複素音響インテンシティ $C_I(x,y) = \bar{p}(x,y)v_z(x,y)/2$ の総和 W_pを管 1 側と管 2 側で求めると、

$$
\begin{aligned}
W_{p_1} &= \int\int_{\Omega_1} \frac{1}{2}\bar{p}_1(x,y)v_{z_1}(x,y)dS\\
&= (\mathbf{w}_{a_1} + \mathbf{w}_{b_1})^*(\mathbf{Z}_{C_1}^*)^{1/2}\mathbf{Z}_{C_1}^{-1/2}(\mathbf{w}_{a_1} - \mathbf{w}_{b_1})\\
W_{p_2} &= \int\int_{\Omega_1} \frac{1}{2}\bar{p}_2(x,y)v_{z_2}(x,y)dS\\
&= (\mathbf{w}_{a_2} + \mathbf{w}_{b_2})^*(\mathbf{Z}_{C_2}^*)^{1/2}\mathbf{Z}_{C_2}^{-1/2}(\mathbf{w}_{a_2} - \mathbf{w}_{b_2})
\end{aligned}
\tag{18}
$$

となる (*は共役転置を表す) が、任意の入射波 ($\mathbf{w}_{a_1}$,$\mathbf{w}_{b_2}$) に対して常に $W_{p_1} = W_{p_2}$であるから、式 (17) を用いると、

$$
(\mathbf{I} + \mathbf{S}_w^*)(\mathbf{Z}_{C_{12}}^*)^{1/2}\mathbf{Z}_{C_{12}}^{-1/2}(\mathbf{I} - \mathbf{S}_w) = \mathbf{0} \tag{19}
$$

が成立する。これより

$$
\begin{aligned}
\mathbf{S}_w\mathbf{S}_w &= \mathbf{I}\\
\mathbf{S}_w &= \mathbf{S}_w^T
\end{aligned}
\tag{20}
$$

が得られる。従って、接続面の電気的等価回路は散乱行列 $\mathbf{S}_w$の理想変成器網として表される [13]。図 4 に接続面の電気的等価回路とシグナルフローを示す。

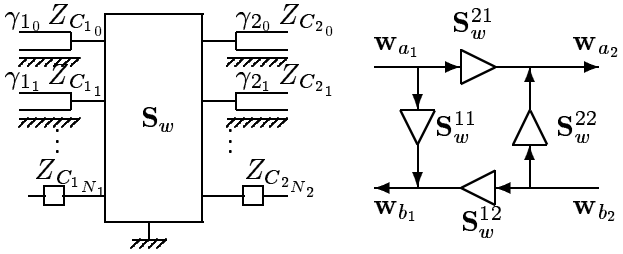

Fig.4 Equivalent circuit and signal flow of tube joint.

2.3 モードを考慮した音響管の縦続接続

2 つの音響管の接続部での表現が得られたから、声道を近似する複数区間の音響管を縦続接続とすることで声道全体が表現される。モード展開法で考慮するモード数 N_1, N_2は管の断面サイズの比で与えると良いとされている [8][9][12]。この場合には、$N_1 \neq N_2$ であるから $\mathbf{S}_w^{21}, \mathbf{S}_w^{12}$が正方行列とならないために、式 (17) を管の縦続接続に適した伝送散乱行列として表すことができない。今、N_1, N_2を適切に選んだ上で $\mathbf{S}_w$が求められているとする。このとき、次数の比較的高いモードは境界条件を満足するために接続面の極く近傍にのみ存在しており、Lzなる管の両端間の伝送関係にはほとんど影響しないと考えられる。そこで、適当な $N_T < \min(N_1, N_2)$ を選んで $\mathbf{S}_w^{11}$,$\mathbf{S}_w^{22}$,$\mathbf{S}_w^{12}$,$\mathbf{S}_w^{21}$の各行列の左上の $N_T \times N_T$部分を切り取ったものを用いる。以下、行列上の ˜ は、行列の左上の $N_T \times N_T$部分を切り取ることを表すものとする。$\mathbf{w}_{a_i}$,$\mathbf{w}_{b_i}(i = 1, 2)$ についても最初の N_T行を取り出すと、管 1,2 の入射波、反射波の関係を伝送散乱行列 $\mathbf{T}_w$で表すことができる。

$$
\left[\begin{array}{c}\tilde{\mathbf{w}}_{a_1}\\ \tilde{\mathbf{w}}_{b_1}\end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc}\tilde{\mathbf{T}}_w^{11} & \tilde{\mathbf{T}}_w^{12}\\ \tilde{\mathbf{T}}_w^{21} & \tilde{\mathbf{T}}_w^{22}\end{array}\right] \left[\begin{array}{c}\tilde{\mathbf{w}}_{a_2}\\ \tilde{\mathbf{w}}_{b_2}\end{array}\right] = \mathbf{T}_w \left[\begin{array}{c}\tilde{\mathbf{w}}_{a_2}\\ \tilde{\mathbf{w}}_{b_2}\end{array}\right] \tag{21}
$$

$$
\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{T}}_w^{11} &= (\tilde{\mathbf{S}}_w^{21})^{-1}\\
\tilde{\mathbf{T}}_w^{22} &= \tilde{\mathbf{S}}_w^{12} - \tilde{\mathbf{S}}_w^{11}(\tilde{\mathbf{S}}_w^{21})^{-1}\tilde{\mathbf{S}}_w^{22}\\
\tilde{\mathbf{T}}_w^{12} &= -(\tilde{\mathbf{S}}_w^{21})^{-1}\tilde{\mathbf{S}}_w^{22}\\
\tilde{\mathbf{T}}_w^{21} &= (\tilde{\mathbf{S}}_w^{11}\tilde{\mathbf{S}}_w^{21})^{-1}
\end{aligned}
\tag{22}
$$

管 1 の長さを L_{z_1}とし、管 1 の音源側端面での前進波、後進波成分を改めて$\tilde{\mathbf{w}}_{a_1}$,$\tilde{\mathbf{w}}_{b_1}$とすると、管 1 と管 2 の接続面に存在する入射波、反射波成分は $\tilde{\mathbf{D}}(-L_{z_1})\tilde{\mathbf{w}}_{a_1}$, $\tilde{\mathbf{D}}(L_{z_1})\tilde{\mathbf{w}}_{b_1}$であるから、管 1 の音源側端面と管 2 の音源側端面との前進波、後進波成分は以下の伝送散乱行列 $\mathbf{T}_w^{(1)}$で表される。

$$
\begin{aligned}
\left[\begin{array}{c}\tilde{\mathbf{w}}_{a_1}\\ \tilde{\mathbf{w}}_{b_1}\end{array}\right] &= \left[\begin{array}{cc}\tilde{\mathbf{D}}(L_{z_1}) & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{D}}(-L_{z_1})\end{array}\right] \mathbf{T}_w \left[\begin{array}{c}\tilde{\mathbf{w}}_{a_2}\\ \tilde{\mathbf{w}}_{b_2}\end{array}\right]\\
&= \mathbf{T}_w^{(1)} \left[\begin{array}{c}\tilde{\mathbf{w}}_{a_2}\\ \tilde{\mathbf{w}}_{b_2}\end{array}\right]
\end{aligned}
\tag{23}
$$

式 (23) で 1 区間の音源側端面と次の区間の音源側端面の関係が表されるから、声道部分を N_s区間の矩形管の縦続接続とした場合は、音源部の前進波、後進波成分$\tilde{\mathbf{w}}_{a_g}$,$\tilde{\mathbf{w}}_{b_g}$ と自由空間への開口部での前進波、後進波成分$\tilde{\mathbf{w}}_{a_r}$, $\tilde{\mathbf{w}}_{b_r}$は次のように表すことが出来る。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_{a_g} \\ \tilde{\mathbf{w}}_{b_g} \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^{N_s} \mathbf{T}_w^{(i)} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_{a_r} \\ \tilde{\mathbf{w}}_{b_r} \end{bmatrix} \tag{24}$$

ただし、最終区間 N_sに関しては放射面でのモード結合を **2.5** 節で別途与えるため、

$$\mathbf{T}_w^{(N_s)} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}(L_{z_{N_s}}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{D}}(-L_{z_{N_s}}) \end{bmatrix}$$

としている。

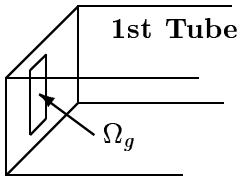

Fig.5 Source boundary.

2.4 音源部の境界条件

図 5 のように第 1 区間の端面の領域Ω_gに振動速度分布 $v_g(x,y)$ が与えられ、それ以外では振動速度 0 とする。第 1 区間の粒子速度のモード展開表現を用いると

$$v_g(x,y) = \boldsymbol{\phi}_1^{\,T} \mathbf{Y}_{C_1} \{\mathbf{a}_1 - \mathbf{b}_1\} \tag{25}$$

となる。左から$\boldsymbol{\phi}_1$を乗じて端面上で積分すると

$$\int\int_{\Omega_g} \boldsymbol{\phi}_1 v_g(x,y) dS = \mathbf{Y}_{C_1} \{\mathbf{a}_1 - \mathbf{b}_1\} \tag{26}$$

となる。$\tilde{\mathbf{w}}_{a_g} = (2\tilde{\mathbf{Z}}_{C_1})^{-1/2}\tilde{\mathbf{a}}_1$, $\tilde{\mathbf{w}}_{b_g} = (2\tilde{\mathbf{Z}}_{C_1})^{-1/2}\tilde{\mathbf{b}}_1$ であるから、音源駆動部は以下のように表される。

$$\tilde{\mathbf{w}}_{a_g} = (2\tilde{\mathbf{Z}}_{C_1})^{1/2}\tilde{\mathbf{v}}_g + \tilde{\mathbf{w}}_{b_g} \tag{27}$$

$\tilde{\mathbf{v}}_g$は式 (26) の左辺の積分結果の 1 行目から N_T行目迄を要素とするベクトルである。

2.5 放射部の境界条件

モード結合を考慮した放射部の取扱は、外部への有効な音響放射パワーを求める上で極めて重要である。

今、声道モデルの最終区間は、平面バッフル面に開口しているものとする。以下では、開口面で存在する前進波、後進波成分 $\mathbf{w}_{a_r}$, $\mathbf{w}_{b_r}$の関係を与える散乱行列 $\mathbf{S}_w^{rr}$を求める。

$$\mathbf{w}_{b_r} = \mathbf{S}_w^{rr} \mathbf{w}_{a_r} \tag{28}$$

開口面を z座標の原点とすると、開口面上の音圧 $p(x,y,0)$ は、開口面上の振動速度分布 $v_z(x,y,0)$ を用いて、次の Rayleigh 積分の形式で書ける [11]。

$$p(x,y,0) = \frac{jk\rho c}{2\pi} \int_0^{L_x}\int_0^{L_y} v_z(x',y',0)\frac{e^{-jkr}}{r}dx'dy' \tag{29}$$
$$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$$

一方、開口面上の音圧は、式 (10) のモード展開形式でも表現できるから、これらを等しいとすると、次のように表せる。

$$\boldsymbol{\phi}^{\,T}(x,y)\mathbf{Z}_C^{1/2}\{\mathbf{w}_a + \mathbf{w}_b\} = \frac{jk\rho c}{2\pi} \int_0^{L_x}\int_0^{L_y} \boldsymbol{\phi}^{\,T}(x',y')\mathbf{Z}_C^{-1/2}\{\mathbf{w}_a - \mathbf{w}_b\}\frac{e^{-jkr}}{r}dx'dy' \tag{30}$$

なお、第 N_s区間を表す諸量の添字は省略し、積分変数を区別するために、基準関数に座標変数を明示している。上式に左から$\boldsymbol{\phi}\,(x,y)$ を乗じて、開口面上で積分すると、次の関係が得られる。

$$\mathbf{Z}_C^{1/2}\{\mathbf{w}_a + \mathbf{w}_b\} = \mathbf{Z}_{rad}\mathbf{Z}_C^{-1/2}\{\mathbf{w}_a - \mathbf{w}_b\} \tag{31}$$

ここで、$\mathbf{Z}_{rad}$は、

$$\mathbf{Z}_{rad} = \frac{jk\rho c}{2\pi}\int_0^{L_x}\int_0^{L_y}\int_0^{L_x}\int_0^{L_y} \boldsymbol{\phi}\,(x,y)\boldsymbol{\phi}^{\,T}(x',y') \times \frac{e^{-jkr}}{r}dx'dy'dxdy \tag{32}$$

である。式 (31) より、

$$\mathbf{w}_b = \mathbf{Z}_C^{1/2}(\mathbf{Z}_{rad}+\mathbf{Z}_C)^{-1}(\mathbf{Z}_{rad}-\mathbf{Z}_C)\mathbf{Z}_C^{-1/2}\mathbf{w}_a \tag{33}$$

となるから、$\mathbf{S}_w^{rr}$は、

$$\mathbf{S}_w^{rr} = \mathbf{Z}_C^{1/2}(\mathbf{Z}_{rad}+\mathbf{Z}_C)^{-1}(\mathbf{Z}_{rad}-\mathbf{Z}_C)\mathbf{Z}_C^{-1/2} \tag{34}$$

として得られる。式 (32) はモード間の放射インピーダンスを与える。$\mathbf{Z}_{rad}$の最初の対角要素 $Z_{rad_{00}}$は、式 (29) により、

$$\begin{aligned} Z_{rad_{00}} &= \frac{1}{L_xL_y}\int_0^{L_x}\int_0^{L_y}\int_0^{L_x}\int_0^{L_y} \frac{jk\rho c}{2\pi} \times \frac{e^{-jkr}}{r}dx'dy'dxdy \\ &= \frac{1}{L_xL_y}\int_0^{L_x}\int_0^{L_y} p(x,y,0)dxdy \end{aligned} \tag{35}$$

となり、粒子速度 1 で一様に振動している開口面における平均音圧と粒子速度 $(=1)$ の比を表す。これは、理想ピストン振動板を仮定した場合の単位面積あたりの放射インピダーンスであり平面波モデルで使用されている値である。$\mathbf{Z}_{rad}$の対角成分以外の成分はモード間の伝達インピーダンスとなり、その実部が負になることもある。音響系は相反性を有する

のでインピーダンス行列は対称でなければならない。式 (32) の定義からも明らかに $\mathbf{Z}_{rad} = \mathbf{Z}_{rad}^T$である。ここで実対称行列 $\mathbf{R}_{rad}$,$\mathbf{X}_{rad}$によって、

$$\mathbf{Z}_{rad} = \mathbf{R}_{rad} + j\mathbf{X}_{rad} \tag{36}$$

とすると、$\mathbf{R}_{rad}$,$\mathbf{X}_{rad}$は、

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{rad} &= \mathbf{T}_R^T \mathbf{R}_d \mathbf{T}_R \\ \mathbf{X}_{rad} &= \mathbf{T}_X^T \mathbf{X}_d \mathbf{T}_X \end{aligned} \tag{37}$$

と分解できる。$\mathbf{R}_d$,$\mathbf{X}_d$は $\mathbf{R}_{rad}$,$\mathbf{X}_{rad}$ の固有値を対角要素とする対角行列、$\mathbf{T}_R$,$\mathbf{T}_X$は、その固有ベクトルからなる行列で $\mathbf{T}_R^T\mathbf{T}_R = \mathbf{I}$, $\mathbf{T}_X^T\mathbf{T}_X = \mathbf{I}$ である。従って、変成比 $\mathbf{T}_R$、$\mathbf{T}_X$で表される理想変成器網にインピーダンス行列が $\mathbf{R}_d$、$j\mathbf{X}_d$ で表される集中定数素子を接続することで $\mathbf{R}_{rad}$,$j\mathbf{X}_{rad}$ が表されるから、これらをポート毎に直列接続したものが $\mathbf{Z}_{rad}$の電気的等価回路となる。図 6 に放射部の電気的等価回路とシグナルフローを示す。

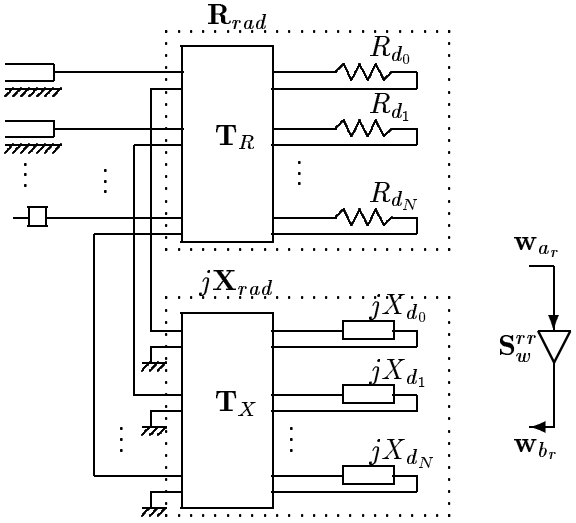

Fig.6 Equivalent circuit and signal flow of radiation process.

2.6 声道伝達関数

以上により、声道各部の高次モードを考慮した表現式が得られたので、音源部の体積速度 u_gと遠方点での音圧 p_{far}により声道伝達関数 Hを以下のように定義する。

$$H = K\left|\frac{p_{far}}{u_g}\right| \tag{38}$$

Kは Hを無次元量とするための周波数に依存しない定数である。$K|p_{far}|$ は、以下のように有効な音響パワーの放射という観点から求める。

声道を近似する音響管系から外部に対して放射される音響パワーは、開口面上でのアクティブインテンシティの総和 $W_{p_{rad}}$であるから、

$$\begin{aligned} W_{p_{rad}} &= \int_0^{L_x}\int_0^{L_y} \mathrm{Re}\Big\{\frac{1}{2}\bar{p}(x,y)v_z(x,y)\Big\}dxdy \\ &= \mathrm{Re}\{(\tilde{\mathbf{w}}_{a_r} + \tilde{\mathbf{w}}_{b_r})^*(\tilde{\mathbf{Z}}_{C_{N_s}}^*)^{1/2}\tilde{\mathbf{Z}}_{C_{N_s}}^{-1/2}(\tilde{\mathbf{w}}_{a_r} - \tilde{\mathbf{w}}_{b_r})\} \\ &= \mathrm{Re}\{\tilde{\mathbf{w}}_{a_r}^*(\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{S}}_w^{rr})^*(\tilde{\mathbf{Z}}_{C_{N_s}}^*)^{1/2}\tilde{\mathbf{Z}}_{C_{N_s}}^{-1/2}(\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{S}}_w^{rr})\tilde{\mathbf{w}}_{a_r}\} \end{aligned} \tag{39}$$

式 (24) で求まる伝送散乱行列を

$$\prod_{i=1}^{N_s}\mathbf{T}_w^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_A & \mathbf{T}_B \\ \mathbf{T}_C & \mathbf{T}_D \end{bmatrix} \tag{40}$$

とすると、式 (24),(27),(28) より、

$$\tilde{\mathbf{w}}_{a_r} = \{\mathbf{T}_A - \mathbf{T}_C + (\mathbf{T}_B - \mathbf{T}_D)\tilde{\mathbf{S}}_w^{rr}\}^{-1}(2\tilde{\mathbf{Z}}_{C_1})^{1/2}\tilde{\mathbf{v}}_g \tag{41}$$

として$\tilde{\mathbf{w}}_{a_r}$が計算されるから、$W_{p_{rad}}$を求めることができる。一方、開口部より十分遠方点で観測される音波はほぼ平面波となるから、$|p_{far}|^2$は $W_{p_{rad}}$に比例すると考え、適当な係数 K_wにより、

$$|p_{far}| = K_w\sqrt{W_{p_{rad}}} \tag{42}$$

と書ける。u_gは、

$$u_g = \int\int_{\Omega_g} v_g(x,y)dS \tag{43}$$

であるから、式 (39),(41),(43) より、Hが求められる。Hは、音源特性を除いた声道、放射の全体を通じた伝達特性となる。

3 管内高次モードの影響

3.1 数値計算上の留意点

エバネッセントモードを含む計算では、式 (23) の $\tilde{\mathbf{D}}(L_{z_1})$ は極めて大きな値を含み、$\tilde{\mathbf{D}}(-L_{z_1})$ はその逆数を対角要素とする行列である。最終的に得られる伝送散乱行列から式 (41) の逆行列を求める場合に、$\tilde{\mathbf{D}}(L_{z_1})$,$\tilde{\mathbf{D}}(-L_{z_1})$ の影響で悪条件になり易い。式 (41) で悪条件が発生した場合には、行列を切り取るサイズ N_Tを 1 だけ小さくして式 (22) から計算を繰り返す。

また、式 (32) の積分計算は微小正方形に分割して総和を求めることで計算可能であるが、被積分関数には、$r = 0$ となる特異点が多数含まれる。これは、微小振動要素が自身の位置に生じさせる音圧を計算しなければならないためであるが、振動板表面の音圧が発散することはないから適当な変数変換を行なうことで特異点を除去することができる。式 (32) の内側の積分で特異点 (x_0', y_0') を含む微小正方形領域

を$\delta S'$とするとき、$\delta S'$を円板領域で近似し、極座標に変換すると、

$$\int\int_{\delta S'} \phi_N(x', y') \frac{e^{-jkr}}{r} dx' dy' \approx \phi_N(x'_0, y'_0)(2\sqrt{\pi \delta S'} - jk\delta S')$$

として特異点含む微小領域上での積分値を求めることができる。以下の数値計算では、$\delta S' = 0.04[\mathrm{mm}^2]$として積分値を求めている。

3.2 設定条件

高次モードの影響を調べるために、以下の **A-1** ~ **B-3** の条件で式 (38) から伝達特性を計算した。駆動音源として、縦 $1.48[\mathrm{cm}](L_y$と同じ)、幅 $0.5[\mathrm{cm}]$の一様振動を与えた。開口部の音響管は、いずれも$L_x = 4.0[cm], L_y = 1.48[cm]$ である。この管に対するモード指標と遮断周波数を表 1 に示す。式 (34) の計算には $N = 9$ 迄を考慮した。

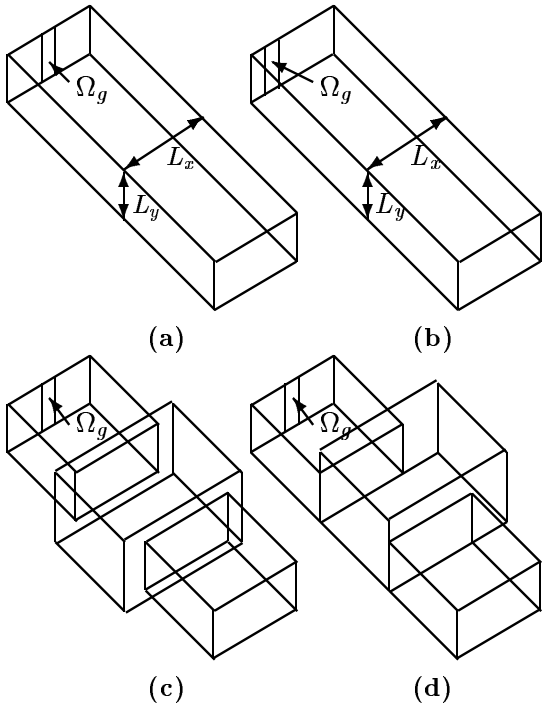

Fig.7 Tube configuration.

Table 1 Mode numbers and cut-off frequencies.

N	0	1	2	3	4
(n_x, n_y)	(0,0)	(1,0)	(2,0)	(0,1)	(1,1)
f_{c_N}[kHz]	0	4.33	8.66	11.7	12.5

N	5	6	7	8	9
(n_x, n_y)	(3,0)	(2,1)	(4,0)	(3,1)	(4,1)
f_{c_N}[kHz]	13.0	14.6	17.3	17.5	20.9

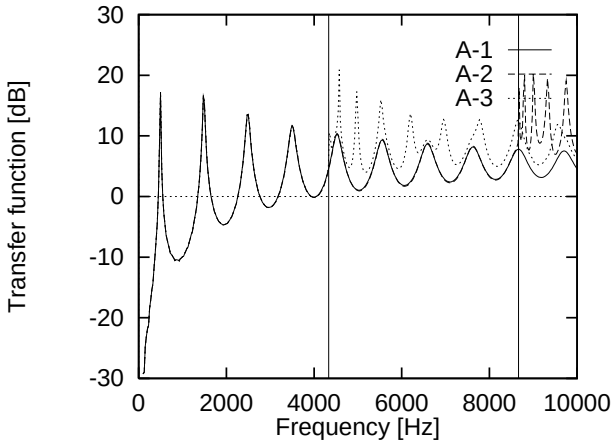

Fig.8 Transfer functions (1 section). Vertical lines indicate cut-off frequencies of the tube.

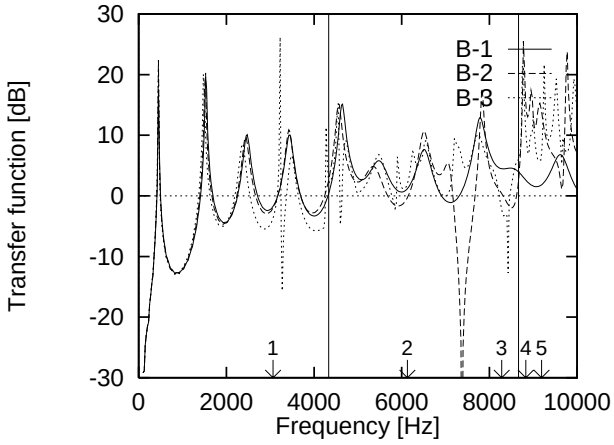

Fig.9 Transfer functions (3 sections). Numbered arrows on frequency scale indicate cut-off frequencies of the 2nd tube.

Table 2 Peak frequencies [Hz].

	f_1	f_2	f_3
B-1	455	1536	2467
B-2	452 (-0.7)	1516 (-1.3)	2443 (-1.0)
B-3	449 (-1.3)	1484 (-3.4)	2366 (-4.1)

A 駆動音源位置を変化させた場合 (1 区間モデル)
$L_x = 4.0[cm], L_y = 1.48[cm], L_z = 16.5[cm]$

A-1 中央駆動 :図 7(a)、平面波のみ
A-2 中央駆動 :図 7(a)、高次モードを考慮
A-3 側方駆動 :図 7(b)、高次モードを考慮

B 管軸位置を変化させた場合 (3 区間モデル)
$L_{x_1} = L_{x_3} = 4.0[cm], L_{x_2} = 5.66[cm]$
$L_{y_1} = L_{y_3} = 1.48[cm], L_{y_2} = 2.09[cm]$
$L_{z_1} = L_{z_2} = L_{z_3} = 5.5[cm]$

B-1 対称形 :図 7(c)、平面波のみ
B-2 対称形 :図 7(c)、高次モードを考慮
B-3 非対称形 :図 7(d)、高次モードを考慮

図 8 に **A** の場合を、図 9 に **B** の場合の結果を示す。音源位置が中央の **A-2** の場合には、音響管系の

対称性のために最初の高次モード (1,0) は全く励振されない。モード (2,0) の遮断周波数より高い周波数域でモード (2,0) による鋭いピークが多数生じている。側方駆動の **A-3** は、非対称性からモード (1,0) が伝搬モードとなると鋭いピークが現れる。**A** の場合には、音源部で励振さたエバネッセントモードは開口面上にほとんど存在しないため、遮断周波数以下の共振特性にはほとんど影響していない。図 9 では、開口面での伝搬モードによるピークに加えて、中央の管の影響によると思われる零点が生じている。中央の管の最初の高次モードの遮断周波数 (3.06[kHz]) より低い周波数域に 3 つのピーク周波数があるが、これらの周波数を各条件について示すと表 2 となる。( ) 内の値は **B-1** のピーク周波数に対する変化率をパーセントで表したものである。**B-2** では、いずれのピーク周波数も高次モードを考慮する場合には 1 パーセント前後低下しており、接続面での波面の拡大が、音響管の等価的な延長効果として現れていると考えられる。**B-3** では、ピーク周波数の低下はさらに大きくなっている。対称形の場合は音響パワーの伝搬経路は中心軸に沿ったものと考えられるが、非対称形になった場合は伝搬経路が屈曲し、等価的に管長が伸びたように見える効果が生じるものと考えられる。このような効果は音響実験 [4] や FEM による数値計算 [3] でも確認されている。

4 おわりに

本稿で提案した音響モデルは、高次モードを考慮した定常状態での周波数特性の表現となっている。管内音場を表現するためにエバネッセントモードも考慮している。各部のシグナルフローは kelly 形の 1 次元声道モデルの拡張になっているが、エバネッセントモードに対しては、delay free loop が生じるため時間域でのシミュレーションを行なうことは出来ない。今後、曲がりのある管 [10] の組み込みや、MRI 等で観測される声道の 3 次元形状を矩形近似した場合の音響特徴について検討を行いたい。

謝辞

日頃より音声生成過程の音響問題について有益なご討論を頂く北海道大学工学部、三木信弘助教授に感謝いたします。また、電気的等価回路の構成について有用なご指摘を頂いた北海道大学電子科学研究所、鈴木正清助教授、真田博文助手に感謝いたします。

本研究は、平成 9 年度文部省科学研究費補助金奨励研究 (A) (課題番号 09750522)、および北海学園大学学術研究助成により行なわれたものである。

参考文献

[1] C.Lu, T.Nakai, and H.Suzuki(1993). "Finite element simulation of sound transmission in the vocal tract," J. Acoust. Soc. Jpn.(E), **14**, 63-72.

[2] H.Matsuzaki, N.Miki, and Y.Ogawa(1996). "FEM analysis of sound wave propagation in the vocal tract with 3-D radiation model," J. Acoust. Soc. Jpn.(E), **17**, 163-166.

[3] 松崎, 三木, 小川 (1997). "音響管内の 3 次元の音響的特徴量の有限要素法による解析," 信学論 A,**J80-A**,1351-1359.

[4] 元木, 三木, 永井 (1987-10). "口唇付近の不連続な断面形状の影響について," 音講論集,1-6-5.

[5] K.Motoki, N.Miki and N.Nagai(1992). "Measurement of sound-pressure distribution in replicas of the oral cavity," J. Acoust. Soc. Am.,**92**,2577-2585.

[6] K.Motoki and N.Miki(1996). "Effects of higher-order modes on sound radiation characteristics at the mouth opening," Proc. 3rd ASA-ASJ meeting,2pSC42, 895-898.

[7] K.Motoki and N.Miki(1997). "Visualization of acoustic field formed by radiation with higher-order modes," Proc. ASVA97, 2-B-5, 449-454.

[8] H.Hudde and U.Letens(1985). "Scattering matrix of a discontinuity with a nonrigid wall in a lossless circular duct," J. Acoust. Soc. Am.,**78**,1826-1837.

[9] R.T.Muehleisen(1996). "Reflection, radiation, and coupling of higher order modes at discontinuities in finite length rigid walled rectangular ducts," Ph.D thesis, Pennsylvania State University.

[10] M.M.Sondhi(1985). "Resonances of a bent vocal tract," J. Acoust. Soc. Am.,**79**,1113-1116.

[11] P.M.Morse and K.U.Ingard(1968). *Theoretical acoustics*, McGraw-Hill (New York).

[12] R.Mittra and S.W.Lee (1971). *Analytical techniques in the theory of guided waves*, Macmillan(New York)

[13] V.Belevitch(1968). *Classical network theory*, Holden-Day (San Francisco).